جامعة، المجلد 19 العدد 1 (2015/1436)، 1-48

تأثير التعلّم التعاونيّ المحوسب باستخدام جيوجبرا على تطّور الصور الذهنيّة لدى تلاميذ الصفّ السابع لمفهوم الزاويّة

سماح محاجنة ونمر بياعة*

تلخيص:

يهدف البحث الحالي إلى فحص تأثير التعلّم التعاونيّ المحوسب باستخدام برنامج جيوجبرا على تطّور الصور الذهنيّة لدى تلاميذ الصفّ السابع لمفهوم الزاوية، حيث صُمّمت طريقة عمل جديدة وفعاليات تعاونية محوسبة تهدف لتطوير خمسة أنواع من الإدراكات لمفهوم الزاوية: الحياتيّ، الرسوميّ، الحسابيّ، الكلاميّ، والديناميّ. اعتمد هذا البحث على منهج البحث الكيفي، حيث وَفّر المشروع بيئة تعلّميّة تعاونيّة محوسبة باستخدام الجيوجبرا، وفَحص كيف تؤثر هذه البيئة كيفياً على الجانب الإدراكي للتلاميذ وتَطّور الصور الذهنيّة لديهم. تكونت عينة البحث من 8 تلميذات من الصف السابع، وُزّعت على 4 مجموعات. قامت الباحثة بإجراء اختبارين قبليّ وبعديّ يفحصان الصور الذهنية التي تمتلكها التلميذات في الإدراكات الخمسة لمفهوم الزاوية. كذلك تم إجراء مقابلات مع كل مجموعة على حدة، بهدف التعرف أكثر على التطور الحاصل على الإدراكات والصور الذهنية لدى التلميذات.

قمنا بتحليل البيانات والحصول على نتائج من خلال طريقة المقارنة المستمرة بين الاختبار القبليّ والبعديّ. أشارت النتائج إلى تأثير ناجح وفعال لاستخدام برنامج جيوجبرا وطريقة التعلّم التعاونيّ على تطّور الصور الذهنيّة، إذ أنّ الصور الذهنيّة قبل التجربة كانت قليلة التنوع، بينما بعد التجربة كانت كثيرة التنوع. السبب لذلك قد يكون متعلقاً بخصائص الفعاليّات التي تُشجّع تطوير إدراك مفهوم الزاوية بصورة عميقة من حيث جوانبه الخمسة من خلال أسلوب التعلّم التعاونيّ المحوسب.

يمكننا القول استناداً إلى نتائج البحث أن تطوّر مفهوم الزاوية لدى التلميذ يتعلّق بتنوع وتطوّر الإدراكات الخمسة لهذا المفهوم لديه. كما أن تطوّر كل إدراك يتعلّق بتنوع وتطوّر الصور الذهنيّة لدى التلميذ التي يُعبّر بواسطتها على هذا الإدراك. هذه التطورات والتنويعات حصلت في بحثنا بسبب التشديد عند استخدام برنامج الجيوجبرا على مميّزاته البصرية، والتداولية، والدينامية، وعلى عرض المفاهيم الرياضية بتمثيلات متنوعة. بالإضافة لذلك، تنفيذ الفعاليات بصورة

* أكاديمية القاسمي.

تعاونية، تُشجّع النقاش وتبادل الآراء بين التلاميذ، له أثر إيجابي على بناء صور ذهنية مناسبة تؤدي إلى توسيع إدراكاتهم المتنوعة لمفهوم الزاوية.

يضم البحث توصيات للمعلّم تساعده على تطبيق التعلّم التعاونيّ بمساعدة الجيوجبرا بصورة ناجحة وفعالة، منها، على سبيل المثال، أنْ يركّز المعلّم على تحديد ممّيزات التعاون، أنْ يضع تعليمات في بداية كل فعالية تشجّع التلاميذ على التعاون، كذلك أن يعطي فرصة للتلاميذ للعمل بأنفسهم واكتشاف المفاهيم وبنائها بشكل ذاتيّ وتعاونيّ. طبعاً هذا يحتاج لبناء فعاليات محوسبة تعاونية استدراجية واستكشافية بشكل واضح، مفهوم، ودقيق.

مقدمة:

إنّ لعلم الهندسة أهمية كبرى في تحسين وتطوير مهارات التلاميذ (NCTM, 2000). على الرغم من أنّ المفاهيم الهندسيّة لها الجانب المرئيّ، الا أنّ التلاميذ يعتبرونها صعبة التعلّم (NCTM, 1989). يشير باكي (Baki, 2004) إلى أنّ المعرفة المفاهيميّة ليست فقط إدراك اسم المفهوم وتعريفه، بل رؤية التحوّلات، والعلاقات المتبادلة بين المفاهيم. إذا تعاملنا مع المعرفة المفاهيميّة على أنّها سلسلة، وكلّ حلّقة تحتوي على قطعة من المعرفة، وبنفس الوقت لو اعتبرنا موضوع الهندسة سلسلة والمواضيع هي الحلّقات، فإنّ موضوع الزوايا هو الحلّقة الاساسيّة، إذ أنّ جميع المواضيع الهندسيّة تحتاج إلى معرفة جيّدة في موضوع الزوايا، لذلك إن لم يفهمه التلميذ بشكل كاف فسوف يؤثر على إدراكه لمواضيع سيتعلمها لاحقا وبالتالي على موضوع الهندسة ككلّ، ممّا سيؤَثر بالتالي على إنجازات التلميذ في الحياة المدرسيّة، واليومية (Alkan & Altun, 1998) . بالإضافة لذلك هناك العديد من الدراسات تشير إلى وجود صعوبة كبيرة لدى التلاميذ في تعلّم موضوع الهندسة، والذي يعدّ موضوعاً حاسماً في الرياضيات (Mayberry, 1983; Mitchelmore, 1997; Prescott, Mitchelmore & White, 2002; Thirumurthy, 2003; Van Hiele, 1986; Van Hiele-Geldof, 1984).

ولا يكون الفهم الكافي لمفهوم الزاوية إلا من خلال إدراكها كمفهوم ديناميّ، أي أنّه يمكن تحريك الزاوية بجميع مركّباتها: رأسا وساقا الزاوية، مما يؤثّر بالتالي على قيمتها. فعندما يدرك التلميذ ديناميكيّة الزاوية يستطيع تمييزها بشكل أفضل في حياته واستخداماته اليوميّة، وبالتالي يفهم أهَمّيتها ودورها في حياتنا اليوميّة. ويمكن فعل ذلك من خلال عرضها بشكل

ديناميكي بواسطة استخدام أدوات تكنولوجية: جيوجبرا، أبليتات، وغيرها. هذه الأدوات تشجّع وتفعل تعلّم الهندسة. عندما تستخدم التكنولوجيا بشكل مناسب، فإنها توفّر بيئة غنيّة للتلميذ لفهم الهندسة (NCTM, 1989). الأدوات التكنولوجيّة المختلفة توفّر تعلّما بصريّا وديناميكيّا، وتخلق تفاعلا ثلاثيا بين المعلّم والتلميذ والحاسوب.

تُعرّف صورة المفهوم على أنّها جميع المباني المعرفيّة للمفهوم، والتي تحتوي على الصور الذهنيّة، خصائصها والعمليّات المرتبطة بها، والتي بُنيت على مر السنين من خلال التجارب بجميع أنواعها، وتتغيّر وفقا للمحفزات (Tall & Vinner, 1981). الأدوات التكنولوجيّة ومنها جيوجبرا تمكّن من عرض المفهوم بتمّثيلات مختلفة مما يساهم بشكل كبير في تطوّر الصور الذهنيّة المتعلّقة بالمفهوم التي تتكوّن لدى التلميذ. هناك العديد من الأبحاث تشير إلى أنّ الأدوات التكنولوجيّة الديناميكيّة توفّر للتلاميذ بيئة تُسهّل عليهم إدراك المفاهيم الهندسيّة خلال تعلّمهم موضوع الزوايا والمضلّعات، كما وتساعد على بناء نماذج عقلية متطوّرة للتفكير في الأشكال الهندسيّة (Battista, 2002; Chazan, 1988; Choi-Koh, 1999; Dixon, 1997; Kakihana and Shimizu, 1994; Yusuf, 1991).

يفتقر منهاج الرياضيات إلى عرض مفهوم الزاوية بشكل ديناميكيّ، فالزاوية بالنسبة للتلميذ شيء ثابت. على سبيل المثال، يصعب على التلميذ أن يتخيّل ماذا يحدث عند إجراء تحويلات معيّنة (كدوران الشعاع) على الزاوية وكيف تؤثر هذه التحويلات على مقدار الزاوية. لذلك قمنا ببناء اختبار قَبْلِيّ يفحص الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية وقُدرة التلميذ على التخيّل عند إجراء تحويلات معيّنة في مركّبات الزاوية (رأس وشعاعان). غالباً ما تكون الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية في الإدراك الحياتيّ محدودة ومرتبطة فقط بالزاوية القائمة. هنا تكمن حداثة بحثنا الحالي، إذ أنّ الوحدة التدريسيّة بُنيت على أساس التعاون المحوسب باستخدام برنامج جيوجبرا. ان البيئة التكنولوجيّة الديناميكيّة الداعمة، تَعرض المفاهيم بعدّة تمّثيلات، ولذلك فهي أداة مهمّة في بناء المعرفة من قِبَل التلميذ، كما وتُعتبر أداة داعمة للتلاميذ الذين يواجهون صعوبة في تعلّم الهندسة لكونها موضوعاً مجرداً.

وفقاً لمنظّمة معلمي الرياضيّات الوطنيّة (NCTM, 2000) التي تدعو لضرورة ربط الرياضيّات بالحياة اليوميّة وبحياة التلميذ الشخصيّة. لذلك جاء بحثنا الحالي ليطور صور ذهنية متنوعة لمفهوم الزاوية في الإدراك الحسابيّ، الحياتيّ، الرسوميّ، الكلاميّ، والديناميكيّ. كما قمنا بالاطلاع على دراسات سابقة تعرض مفاهيم خاطئة قد يكونها التلاميذ حول مفهوم الزاوية، لأنّ المفاهيم الخاطئة هي جزء من صور ذهنية خاطئة، ولا بدّ من معالجتها، ونحن هنا نعالجها من خلال فعاليّات تعاونية محوسبة.

سوف يخدم هذا البحث المعلّمين والمدارس بعدّة طرق: أولاً، استخدام وحدة تعليميّة مبنيّة وفقا للتعلّم التعاوني المحوسب في موضوع الزوايا، والتي تهتمّ بالإدراك الديناميكيّ لمفهوم الزاوية. ثانياً، التعرف على كيفية تطوير وبناء تطبيقات حاسوبيّة تعاونية باستخدام جيوجبرا والتي تُمكّن المعلم والتلاميذ من معالجة وبحث جوانب مختلفة لمفهوم الزاوية. ثالثاً: الاستفادة من نتائج البحث، إذ يَطّلع المعلّم على تأثير استخدام بيئة تعاونية محوسبة على تطوّر الصور الذهنيّة لدى التلاميذ لمفهوم الزاوية. بالإضافة لذلك، يُعدّ موضوع الزاوية أساسيّ ومهمّ في موضوع الهندسة، وقليلة هي الأبحاث التي تناولت تعليم وتعلّم مفهوم الزاوية في بيئة تعاونية محوسبة وخصوصا الدراسات في البلاد والوسط العربي، من هنا تنبع الأهمية الخاصة لهذه الدراسة.

خلفية نظرية:

تتطرق الخلفية النظرية للصور الذهنيّة للمفهوم الرياضيّ عامة، ثم تتخصص بالصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية. بعدها نستعرض نتائج أبحاث في مجال المفاهيم الخاطئة في الرياضيّات، والتعلّم التعاوني المحوسب. يليها وصف لبرنامج جيوجبرا وطرق استخدامه في تعليم وتعلّم الرياضيّات. ونختم بتعريفات للنظريّة التربويّة التي تم الاعتماد عليها في بناء الوحدة التدريسيّة: النظريّة البنائيّة (Constructivism Theory) واستراتيجيّة الاكتشاف الموجّه (Guided Discovery).

الصور الذهنيّة للمفهوم الرياضيّ - صورة المفهوم وتعريف المفهوم:

صورة المفهوم تحتوي على جميع المباني المعرفيّة في عقل الفرد، والتي ترتبط مع مفهوم معين، ومن المحتمل أن تكون مختلفة تماما عن المفهوم الرسميّ المتفق عليه عالميّا، مما يؤدّي إلى ظهور صراع معرفيّ نتيجة هذا الاختلاف (Lambertus, 2007). ويشير لامبرتز أنّ الفرق بين تعريف المفهوم وصورة المفهوم هو أنّ "صورة المفهوم" عبارة عن إنشاء صور ذهنيّة لدى التلميذ لمفاهيم رياضيّة مختلفة بينما "تعريف المفهوم" هو التعريف الرسميّ للمفاهيم الرياضيّة. وجد فاينير ودريفوس (Vinner & Dreyfus ,1989) أنّ التلاميذ يجزّئون المفهوم إلى صور ذهنيّة وتعريف؛ هذا يعني أنّ التلاميذ لا يربطون دائما بين التعريف الرسميّ وصورهم الذهنيّة.

تتطوّر صورة المفهوم وفقا لما يُدرَس في المراحل التعليميّة المختلفة، وهي تصف جميع المباني المعرفيّة للمفهوم، والتي تحتوي على الصور الذهنيّة، وخصائصها، والعمليات المرتبطة بها، والتي بُنيت على مرّ السنين من خلال التجارب بجميع أنواعها، وتتغيّر وفقا للمحفّزات (Tall & Vinner, 1981). يؤدّي سماع اسم المفهوم إلى تحفيز ذاكرتنا، فهنالك شيء يثيره اسم المفهوم في إدراكنا، وعادة لا يكون هذا الشيء تعريف المفهوم حتى في حالة وجوده، وهذا ما نسمّيه "صورة المفهوم"، فصورة المفهوم عبارة عن شيء غير لفظيّ مرتبط مع اسم المفهوم في عقولنا. قد يكون هذا تمثيلاً بصرياً للمفاهيم التي لها تمّثيلات بصريّة وقد يكون هذا الشيء مجموعة من الخبرات. التمثيلات البصريّة، والصور الذهنيّة والخبرات المرتبطة باسم المفهوم يمكن أن تُترجم إلى أشكال لفظيّة، إلّا أنّه من المهمّ أن نتذكّر أنّ هذه الأشكال اللفظيّة لم تكن الشيء الأول الذي حفّز الذاكرة (Vinner, 1991).

الصور الذهنيّة تتكوّن من خلال البنية العقليّة لكلّ فرد، وهي ترتبط بالسياق الذي تتكون به، وفي الرياضيّات نواجه عدّة مفاهيم التي نُكوّن لكل منها صورة ذهنيّة، وهكذا تتكوّن لدينا مجموعة ذاتية من الصور الذهنيّة لهذه المفاهيم (Tall & Vinner, 1981).

صورة المفهوم هي نتيجة لخبرات التلاميذ، والأمثلة، والإلمام في مفهوم رياضيّ معيّن (Tall, 1992; Tall & Bakar, 1991; Vinner & Dreyfus, 1989). من جانب آخر فإنّ التكنولوجيا

توفّر بيئة تعرض للتلاميذ خبرات وأمثلة متنوّعة، من خلال عرض المفاهيم بتمثيلات مختلفة وبصورة ديناميكيّة. لذلك فإنّ التكنولوجيا تُعتبر بيئة داعمة لتطوّر صور ذهنيّة مختلفة متنوّعة للمفاهيم الرياضيّة.

الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية:

لا شكّ بأن مفهوم الزاوية متعدّد الأوجه. هناك الكثير من الباحثين يشيرون إلى ظاهرة تعدّد التعريفات في الكتب الدراسيّة المختلفة لمفهوم الزاوية (Strehl ,1983; Gaddis & Henderson ,1996). هناك ثلاثة تعريفات أساسية: تحوّل بمقدار حول نقطة بين خطّين، زوج من الأشعة مع نهاية نقطة مشتركة، الجزء المحصور بين شعاعين يلتقيان في نقطة واحدة. نتيجة لهذه التعاريف المتعدّدة فإنّ التلاميذ لديهم صور ذهنية مختلفة لمفهوم الزاوية.

تشير الدراسات السابقة (Mitchlmore & White, 2000; Clement & Battista, 1992) إلى أنّ التلاميذ لا يعبّرون عن مفهوم الزاوية كدوران للشعاع، ممّا يجعل إدراكهم للمفهوم جزئياً وليس عميقاً، والذي ينتج عنه مفاهيم خاطئة لمفهوم الزاوية. كذلك، هم لا يفهمون المفاهيم بشكل كافٍ وعميق، إنّما يقومون بمحاكاة ما قام به المعلّم لا أكثر. هناك العديد من الدراسات التي تشير إلى أنّ التكنولوجيا توفّر طرقاً لعرض الزاوية بشكل ديناميكيّ وتمكّن التلاميذ من ملاحظة دوران الشعاع بنفسه (Battista, 2002; Chazan, 1988; Choi-Koh, 1999; Dixon, 1997; Kakihana and Shimizu, 1994; Yusuf, 1991)، وتأثيره على قيمة الزاوية، وذلك من خلال تحريك مركّبات الزاوية، كتحريك الشعاع باتّجاه الشعاع الآخر أو بعيدا عنه، أو تحريك رأس الزاوية باتّجاه المساحة المحصورة بين ساقي الزاوية أو بعيدا عنها. هذا قد يؤثر إيجابياً على تكوين صور ذهنية صحيحة وعميقة لمفهوم الزاوية.

في دراسة للباحثين ميتشيلمور ووايت (Mitchelmor & White, 2000) والتي تهدف إلى استخراج مفهوم الزاوية لدى 192 تلميذاً وتلميذة من الصفّ الثاني حتّى الثامن في كلّ مرحلّة من مراحلّ التنمية، تشير الدراسة إلى أنّ التلاميذ يعبّرون عن الزاوية بأنّها عبارة عن نقطة

وساقين. وحتّى في الصفّ الثامن لا يزال الكثير من التلاميذ لا يعبّرون عن مفهوم الزاوية بالدوران أو الانحدار، لذلك نجد لدى تلاميذنا مفاهيم خاطئة لمفهوم الزاوية مثل: العلاقة بين طول ساقي الزاوية ومقدار الزاوية.

يشير الباحثون بيبر، تونا، وكوركماز (Biber, Tuna & Korkmaz, 2013) في دراسة حول المفاهيم الخاطئة لدى تلاميذ صفّ الثامن في موضوع الزوايا: أنّ التلاميذ ينتبهون إلى المظاهر المادّيّة للأشكال الهندسيّة دون مراعاة خصائصها. فبالرغم من أنهم كشفوا عن بعض خصائص هندسيّة من الأرقام، إلا أنّهم فشلوا في ربط هذه الخصائص مع المعارف الأخرى اللازمة للحل؛ ولم ينتبهوا إلى أن تعميم خصائص يصلح لحالات محددة فقط؛ ولم يفهموا موضوع التوازي في الزوايا.

في دراسة للباحثين بهاي و إيسيل (بدون سنة)، والذي تكوّنت عينته من 63 تلميذاً وتلميذة من الصفّ السابع، تشير الدراسة إلى أنّ البيئة الديناميكيّة وفّرت للتلاميذ بيئة تسهّل عليهم إدراك المفاهيم الهندسيّة، خلال تعلّمهم لموضوع الزوايا والمضلّعات. كما وساعدت البيئة على بناء نماذج عقليّة متطوّرة للتفكير في الأشكال الهندسيّة. وهناك العديد من الأبحاث التي تدعم مثل هذه النتائج (Battista, 2002; Chazan, 1988; Choi-Koh, 1999; Dixon, 1997; Kakihana and Shimizu, 1994; Yusuf, 1991).

بعد الاطلاع على منهاج الرياضيات في المرحلة الابتدائية ومنهاج الصف السابع في وزارة المعارف (منهاج الصف السابع)، تبين أن المنهاج يحوي أربعة أنواع من الصور الذهنية لمفهوم الزاوية والتي يتم تدريسها خلال هذه الصفوف، وهي ترتكز على الجوانب التالية لمفهوم الزاوية: الجانب الرسومي، الجانب الحسابي، الجانب كلامي، والجانب الحياتي. ولذا تطرقت الدراسة الحالية إلى تطور هذه الجوانب لدى تلاميذ الصف السابع وأضافت جانباً آخر لمفهوم الزاوية الا وهو الجانب الدينامي، والذي يمكن تجسيده وتذويته بشكل رائع من خلال استخدام برنامج جيوجبرا، مما قد يؤدي إلى تطوير وتوسيع إدراك التلاميذ لمفهوم الزاوية من جوانبه الخمسة، وجعله أكثر عمقاً.

المفاهيم الخاطئة في الرياضيّات:

يشير الباحثان باتيستا و كلّيمنتس (Clement& Battista, 1992) إلى أنّ هناك العديد من الأسباب لظهور مفاهيم خاطئة في موضوع الهندسة: التلاميذ لا يفهمون المفاهيم بما فيه الكفاية، كذلك هم يتعلّمون في الغالب عن ظهر قلب، وبالتالي لا يستطيعون فهم المفاهيم بشكل عميق. إذا كان لدى التلميذ مفهوم خاطئ قبل تعلّم موضوع ما، سيمنعه ذلك من تعلّم الموضوع بشكل واضح، ممّا يؤدّي إلى مفاهيم خاطئة جديدة. لذلك يجب على المعلّم أن يأخذ بعين الاعتبار المفاهيم الخاطئة في الموضوع الذي يودّ تدريسه (Biber, Tuna & Korkmaz, 2013). العديد من الدراسات تشير إلى أنه من واجبنا كمعلّمين أن نحدّد المفاهيم الخاطئة لدى التلاميذ ومعالجتها من خلال فعاليات تعليمية مناسبة تعطي فرصة للطلاب لمواجهة المفاهيم الخاطئة، وبالتالي اكتشاف مصدر هذه الأخطاء بأنفسهم (Bell, 2005; Bell & Swan, 2006; Donovan & Bransford, 2005). وهذا ما يؤكده سوان (Swan, 2005) لكي يكون التعليم أكثر فاعلية ينبغي أن تعرض المفاهيم الخاطئة بشكل منهجي.

يبدأ التلميذ بتعلّم مفاهيم حول موضوع الزاوية في الصفّ الثالث، ويكتمل تعلّمها في الصفوف السابعة والثامنة. عندما يتعلّم التلاميذ هذه المفاهيم بصورة خاطئة، فإنهم سيقعون في نفس الأخطاء في المستقبل (Biber, Tuna & Korkmaz, 2013).

المفاهيم الخاطئة لدى التلاميذ في موضوع الزوايا تتعلّق بالتمثيل والتصوّر. عادة ما نجد لدى تلاميذنا مفهوماً خاطئاً بالنسبة لحجم الزاوية، وطول ساقيها. عندما يكون لدى التلاميذ خبرات حقيقيّة وذات مغزى لقياس ومقارنة الزوايا والتي تتمثّل في مجموعة متنوّعة من الطرق، يكونون أكثر عرضة لفهم أنّ أساس الزاوية هو مقدار الدوران للشعاع (Biber, Tuna & Korkmaz, 2013).

التعلّم التعاوني المحوسب:

لكي يكون إدراك مفهوم الزاوية لدى التلاميذ عميقاً، والتغلّب على المفاهيم الخاطئة التي تنتج من الفهم الجزئيّ، ينبغي علينا توفير بيئة تعلّميّة غنيّة وداعمة من خلال استخدام التعلّم التعاوني المحوسب. هذا النوع من التعلّم يوفّر للتلاميذ التواصل والنقاش الرياضيّ وبنفس الوقت يعرض المفاهيم الرياضيّة بعدّة تمثيلات من خلال استخدام التكنولوجيا الملائمة لتحقيق الأهداف. عرّف الباحث سوان (Swan, 2006) التعلّم التعاوني على أنّه تعلم في مجموعات صغيرة، داخل إطار المدرسة. كما ويَذكر أنّ من أهمّيّة التعلّم التعاوني تكمن في المشاركة والمناقشة وطرح الأفكار. في التعلّم التعاوني يقوم التلاميذ بتعليم بعضهم البعض، وحلّ أسئلة يطرحها آخرون ممّا يشجّع العمل بشكل تعاوني لتبادل الأساليب والنتائج. خلال المناقشات في التعلّم التعاوني تُعرض وتُناقش مفاهيم مشتركة خاطئة، كما ويُشجّع التفكير بدلاً من الحصول فقط على الإجابة. ونجد أنّ التعلّم التعاوني يخلق علاقات ما بين المواضيع المختلفة من خلال النقاشات.

إنّ الاتصال والتعاون من العمليات الأساسية في فهم وتعلّم الرياضيّات، لأنّهما يسمحان للتلميذ بمناقشة فهمهم لإجراءات ومفاهيم رياضيّة، كما وتُحسّن التكنولوجيا من قدرتنا على الاتصال في العديد من بيئات التعلّم التعاوني كالمنتديات، والويكي، وغيرها (Reis& Karadag, 2008).

إنّ ما ذكرناه سابقاً حول التعلّم التعاوني والمحوسب يشجّع لأن يكون التلميذ في المركز، فوفقا للنظرية البنائيّة دور المعلّم هو أن يكون مُيسّراً وليس مُسيّراً للعملية التعلّمية. عادة يكون المعلم المسيّر في مركز العملية التعلّمية، فهو يَذكر الكثير من المفاهيم الرياضيّة، ويقوم بشرحها، وتقديم الحلول لمسائل مختلفة، بينما المعلم الميسّر يقوم بمساعدّة المتعلّمين على فهم المفاهيم الرياضيّة، وحلّ المسائل بأنفسهم. بكلمات أخرى يمكننا القول إنّ المعلّم المسيّر يُخبر، يُحاضر، يُعطي إجابات، ويتكلّم لوحده، بينما الميسّر يسأل، يدعم، يمنح إرشادات، ويتكلّم مع المتعلّم (Embretson & Daniel, 2008). إنّ التعلّم التعاوني المحوسب يعطي فرصة للتلميذ بأن يكون في المركز وأن يكتشف المفاهيم الرياضيّة بنفسه أو مع زملائه، كما

ويتيح عرض المفاهيم الرياضيّة بعدّة تمّثيلات وبصورة ديناميكيّة ممّا يجعل إدراك التلميذ لهذه المفاهيم واسعاً وعميقاً.

كما وأشار الباحثان بهاي و إيسيل (بدون سنة) في دراسة تتكّون عيّنتها من 63 تلميذاً وتلميذة من الصفّ السابع والتي هدفت إلى فحص تأثير استخدام التكنولوجيا على أداء التلاميذ في موضوع الهندسة (الخطَ، الزاوية، والمضلّع) إلى عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائيّة بين المجموعة التجريبيّة والضابطة من حيث الأداء الهندسيّ في الاختبار القَبْلِيّ. بينما وُجدت فروق ذات دلالة إحصائيّة في الاختبار البّعْدِيّ لصالح المجموعة التدريبيّة والتي تعلّمت موضوع الهندسة بواسطة التكنولوجيا.

برنامج جيوجبرا في تعليم وتعلّم الرياضيّات:

برنامج جيوجبرا هو برنامج حاسوبيّ حديث نسبياً لتعليم وتعلّم الرياضيّات، ويوجد فيه العديد من الإمكانيات لعرض مفاهيم رياضيّة بطرق مختلفة، وذلك وفقا لحاجتنا. كما ويمكّن التلميذ من استكشاف المفاهيم الرياضيّة المختلفة (هندسة، جبر، حساب تفاضل وتكامل، إلخ). يساعد برنامج جيوجبرا على عرض الأفكار والمفاهيم بصورة ديناميكيّة وبصريّة، والتي من شأنها أن تساهم بشكل كبير في تعلّم التلاميذ للرياضيّات. كما ويعدّ برنامج جيوجبرا أداة مساعدّة للتلاميذ ليستكشفوا العلاقات الرياضيّة، وذلك عن طريق تمّثيلات مختلفة ومن أهمّها الجبريّ والهندسيّ، ومن هنا اسم البرنامج (عنبوسي، ضاهر، وبياعة، 2012).

لقد ذكر عنبوسي، ضاهر، وبياعة (2012) أنّ هناك العديد من المميّزات لبرنامج جيوجبرا: (أ) سهولة الدمج بين الهندسة والجبر، فيعدّ البرنامج منصّة ملائمة للربط بين هذين الموضوعين الرياضيّين، وفي نفس الوقت الربط بين المرئيّ والرمزيّ وهما جانبان رياضيّان مهمّان ويساهمان في توصّل تلميذ الرياضيات إلى فهم عميق للكائنات والعمليّات الرياضيّة، (ب) إنّ أنظمة التعلّم الديناميّة مثل جيوجبرا قد وُضعت لتلبية الاحتياجات التعليميّة المتعلّقة أساسا باختلاف أساليب التعلّم والفهم للرياضيّات، ولذلك فهي تهتمّ بالتمّثيلات

الرياضيّة المختلفة، وتتيح إمكانيات دينامية متعدّدة كالجر مثلا، (ج) يوفّر البرنامج فرصة إنشاء كائنات رياضيّة، معالجة هذه الكائنات، ومراقبة التغيير في ملامحها في الوقت المناسب، (د) الجيوجبرا أداة تعلّم تدعم الأنشطة المعرفيّة، وبالتالي توسّع القدرات المعرفيّة للمستخدمين عن طريق السماح لهم باستغلال بيانات متعدّدة وميّزات استكشافيّة متنوعة. تكنولوجيا المعلومات، وبخاصة الحاسوب، لها آثار جذريّة على أساليبنا، ولكن الأهمّ من ذلك هو أنها تُغيّر أهدافنا، وبالتالي أهداف تعليم الرياضيّات وفهمه. باحثو الرياضيات ومنظمات مثل منظمة تعليم الرياضيّات الوطنيّة (NCTM, 2000) يعيدون النظر في أهداف استخدام الوسائل التكنولوجيّة، إذ أصبحت هذه الوسائل واسعة جدّا، والسبب في هذا توافر الأدوات الرياضيّة القويّة التي تبسّط العدديّة وحسابات رمزيّة، الرسوم البيانيّة والنمذجة، والعديد من العمليّات العقليّة التي ينطوي عليها التفكير الرياضيّ.

أشار كول وغريفين (Cole& Griffin, 1980) إلى أنّ للتكنولوجيا تأثيراً نوعياً على الأنشطة العقليّة مثل حلّ المشاكل أو الذاكرة. يتمّ استخدام الحاسوب في كثير من الأحيان لعرض رسوم بيانية، دوال في الجبر، الهندسة، الإحصاء الوصفيّ، وتكون العروض ديناميكيّة منوعة ممّا يعطي الفرصة لتفاعل التلميذ مع الرياضيّات بطرق لا يمكن تحقيقها من دون الأدوات التكنولوجيّة. التقارير الأخيرة لمنظمة تعليم الرياضيّات الوطنيّة حول الرياضيّات والتكنولوجيا تؤكّد على أهمّيّة التمّثيلات المتعدّدة للمفاهيم الرياضيّة التي يتيحها استخدام الأدوات التكنولوجية المناسبة.

يصف الإدراك كيف يتفاعل الناس مع بيئتهم من أجل تطوير قدراتهم المعرفيّة، ومن جانب آخر فإنّ للتكنولوجيا دور كبير في تعزيز التعلّم التعاوني من خلال: تزويد أدوات معرفيّة من شأنها أن تطوّر القدرات الإدراكيّة، توفير أدوات اتصالات متقدّمة تؤدّي إلى زيادة مستوى التفاعل الاجتماعيّ، وعرض المفاهيم بصورة ديناميكيّة مثل استخدام: التطبيقات (الأبليتات)، وأنظمة الجبر المتوفّرة في الحاسوب (Reis& Karadag, 2008). كما ويمكن للتكنولوجيا أن تعزّز عمليّات التفكير الرياضيّ مثل الحدس، التعميم، تحليل البيانات، والتمثيل المتعدّد للمفاهيم (Goos, Galbraith, Renshaw & Geiger, 2003).

ذكر ضاهر (Daher,2009) أنّ استعمال الأبليتات كأداة في حلّ المشاكل الرياضيّة يُشعر التلاميذ بالمتعة ممّا يشجّعهم على حلّ المشاكلّ الرياضيّة باستخدامها. هذا الاستعمال يسُدّ أيضاً حاجة التلاميذ الذين يحتاجون أحيانا لمساعدة إضافية وأمثلة متعدّدة ليتمكّنوا من المفاهيم المجرّدة.

في دراسة أخرى للباحثين ريس وكاراداج (Reis& Karadag, 2000) حول العلاقة بين الاتصال والتعاون في تعلّم الرياضيّات في بيئة تكنولوجيّة تبيّن أنّ التلاميذ بحاجة إلى بيئة تعاونية على الإنترنت لتعلّم الرياضيّات. لذلك قاما باقتراح أدوات تعلّم جديدة، فاقترحا الجيوجبرا كأداة تعلّم معرفية. لقد تعامل التلاميذ مع المنصّة الديناميكيّة لبرنامج جيوجبرا لحلّ مسائل رياضيّة، وخلال تسجيلات الفيديو اتّضح أنّ التلاميذ سعيدون بالتعامل مع البرنامج.

وجد كيونك (Kyeong, 2010) أنّ استخدام برنامج جيوجبرا أثناء تعلّم الرياضيّات حفّز التلاميذ بشكل كبير على التعلّم ويعود ذلك لأسباب عديدة: إنتاجات عمل رائعة للتلاميذ، البحث عن فيديوهات تتعلّق بالرياضيّات، استخدام الإنترنت، الاطلاع على أعمال تلاميذ آخرين. فمن دون استخدام جيوجبرا لما استطاع التلاميذ إدراك المفاهيم الرياضيّة بصورة صحيحة.

منهجية البحث:

فيما يلي سنصف البحث الذي اعتمدنا فيه وحدة تدريسية قمنا ببنائها معتمدين على التعلّم التعاوني المحوسب باستخدام برنامج جيوجبرا، وعلى النظريّة البنائيّة واستراتيجيّة الاكتشاف الموجّه. سنصف مبنى الوحدة التدريسية وكيفية تطبيقها مع عينة البحث، وسنعرض أدوات البحث وكيفية تحليل المعطيات.

سؤال البحث:

ما هو تأثير التعلّم التعاونيّ المحوسب باستخدام جيوجبرا على تطوّر الصور الذهنيّة لدى تلاميذ الصفّ السابع لمفهوم الزاوية؟

إطار ومجتمع البحث:

قمنا بتطبيق البحث في إحدى المدارس الإعدادية في منطقة المركز. عدد تلميذات المدرسة 400 وعدد أعضاء الهيئة التدريسيّة 18 معلّما ومعلّمة. تتكون المدرسة من 10 صفوف من السابع حتّى الثامن.

عينة البحث الحالي تتكوّن من 8 تلميذات من الصفّ السابع، تأتي التلميذات من أوضاع اقتصاديّة مختلفة. تتقسم التلميذات إلى أربعة مجموعات، كلّ مجموعة عبارة عن تلميذتين. المستويات الدراسيّة للتلميذات متفاوتة: المجموعة الأولى: التلميذتان ذات مستوى تعليميّ ممتاز، المجموعة الثانية: تلميذة ذات مستوى تعليميّ جيّد جدّا والأخرى جيد، المجموعة الثالثة: التلميذتان ذات مستوى تعليميّ ممتاز، المجموعة الرابعة: التلميذتان ذات مستوى تعليميّ جيّد جدّا.

نوع البحث:

هذا البحث يعتمّد على منهج البحث الكيفيّ، حيث سيوفّر البحث بيئة تعلّميّة تعاونية محوسبة باستخدام الجيوجبرا، وسنفحص كيف تؤثّر هذه البيئة كيفيّا على الجانب الإدراكيّ للتلاميذ وتطوّر الصور الذهنيّة لديهم.

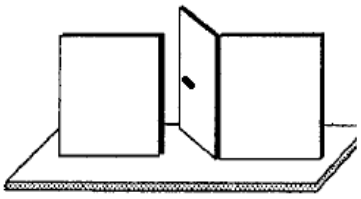
أدوات البحث:

قمنا بتجهيز اختبارين، أحدهما قَبْلِيّ والثاني بَعْدِيّ، وذلك من أجل فحص مدى تطور الصور الذهنيّة لدى التلميذات لمفهوم الزاوية. كما قمنا بإجراء مقابلات بعد الانتهاء من تطبيق الوحدة التدريسية، مع كلّ تلميذة على حدة، بهدف التعرّف أكثر على التطوّر الحاصل على الصور الذهنيّة من وجهة نظر التلميذات أنفسهن.

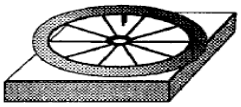
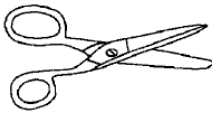
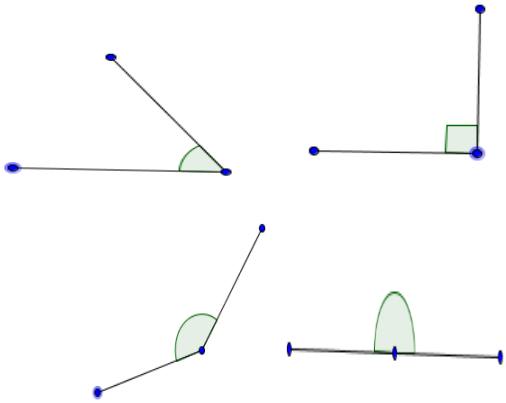
الاختبار القَبْلِيّ[1]:

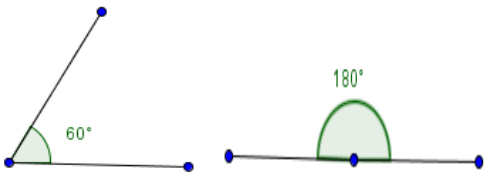
يهدف هذا الاختبار إلى فحص الصور الذهنيّة لدى التلميذات لمفهوم الزاوية. اعتمّدنا في بناء أسئلة الاختبار القَبْلِيّ على منهاج المرحلّة الابتدائيّة في تدريس موضوع الزوايا واختبار النجاعة والنماء (الميتساف). ولكننا أضفنا أيضاً الإدراك الدينامي للزاوية والذي يحدّد إدراك التلميذ للعلاقة بين التغيّرات التي تطرأ على مركبات الزاوية وقيمة الزاوية. قمنا بتمرير هذا الاختبار قبل البدء بتنفيذ الفعاليّات.

وفقاً لمنهاج الرياضيات للمرحلة الابتدائيّة في وزارة المعارف (منهاج الرياضيات للصف السابع)، من المفروض أنّ يكون لدى التلميذ الذي ينهي الصفّ السادس معرفة، وصور ذهنيّة كما هو موضح في الجدول (1).

إدراكات الزاوية	أنواع الصور الذهنيّة
تمّثيل الزاوية في الحياة اليوميّة.	– صور ذهنيّة كلاميّة: على سبيل المثال أن يقول التلميذ (فتحة الباب، فتحة الكتاب، زاوية الغرفة). – صور ذهنيّة رسوميّة: التقاء حائطين فتحة الباب 

[1] https://drive.google.com/file/d/0B9EFx6BPyDNZdklRVjlwZ19FaUk/view

إدراكات الزاوية	أنواع الصور الذهنيّة
	عَجَل  فتحة المقصّ 
تمّثيل الزاوية كلاميّا: تعريف الزاوية ووصفها.	– شعاعان يخرجان من نفس النقطة، ويسمّيان ساقا الزاوية. – جزء من المستوى المحدّد بواسطة شعاعين. – درجة الدوران.
تمّثيل الزاوية رسوميّا.	
تمّثيل الزاوية حسابيّا.	صور ذهنيّة كلاميّة: – قياس الزاوية بالمنقلة. – مقدار الزاوية. صور ذهنيّة حسابيّة: – 90^o، 180^o، 70^o .

إدراكات الزاوية	أنواع الصور الذهنيّة
	صور ذهنيّة رسوميّه: 

جدول(1): الصور الذهنيّة لإدراكات الزاوية المختلفة بحسب المنهاج.

تصنيف أسئلة الاختبار القَبْلِيّ وفقاً للإدراكات الخمسة (16 سؤالاً):

- إدراك الزاوية في الحياة اليوميّة: 1،2،3،4،12
- إدراك رسوميّ: 7،8
- إدراك حسابيّ: 10،11،14،15،16
- إدراك كلاميّ: 5،6
- إدراك دينامي: 9،12،13،14

الاختبار البَعْدِيّ[1]:

يضم الاختبار البَعْدِيّ نفس نوعية أسئلة الاختبار القَبْلِيّ مع تغييرات معيّنة في الأسئلة لكي لا يكون تكرار الأسئلة هو العامل المؤثر على تطوّر الصور الذهنيّة، وذلك بالإضافة إلى أسئلة في مواضيع قد تعلّموها خلال الفعاليّات والتي هي ضمن منهاج المرحلّة الإعدادية مثل: الزوايا المتجاورة، والزوايا المتقابلة بالرأس. قمنا بتمرير هذا الاختبار بعد الانتهاء من تنفيذ الفعاليّات.

[1] https://drive.google.com/drive/folders/0B9EFx6BPyDNZOEZYeTlSM3VGLW8

تصنيف أسئلة الاختبار البّعْدِيّ وفقا للإدراكات الخمسة (21 سؤالاً):

- إدراك الزاوية في الحياة اليوميّة: 1،2،3،4،13
- إدراك رسوميّ: 8،9،19،20
- إدراك حسابيّ: 10،11،12،15،16،17،18،19،20،21
- إدراك كلاميّ: 5،6،7
- إدراك دينامي: 4،13،14

أدوات تحلّيل المعطيات:

اعتمدنا في هذا البحث على طريقة المقارنة المستمرّة Constant Comparison Method من أجل الحصول على فئات تتعلّق بكلّ إدراك من الإدراكات الخمسة لمفهوم الزاوية. ثم قارنّا بين الصور الذهنيّة لإدراكات التلاميذ لمفهوم الزاوية التي امتلكوها في الاختبار القَبْلِيّ وبين الصور التي امتلكوها في الاختبار البّعْدِيّ.

الأدوات التعليميّة المستخدمة (جيوجبرا):

اعتمدنا في هذا البحث على برنامج جيوجبرا في بناء الوحدة التدريسيّة لملاءمة هذا البرنامج لتعليم وتعلّم الرياضيّات، وبالذات لما فيه من إمكانيات متعددة لعرض مفاهيم رياضيّة بطرق مختلفة، وذلك وفقا لحاجاتنا. كما وشددنا في استخدام هذا البرنامج على تمكين التلاميذ من بحث واستكشاف العلاقات الرياضية بأنفسهم من خلال إرشادات وتوجيهات المعلمة وكذلك أتحنا لهم بناء كائنات ومفاهيم رياضيّة متنوعة. كذلك استخدامنا برنامج جيوجبرا لعرض وتجسيد الأفكار والمفاهيم الرياضية بصورة ديناميكيّة وبصريّة، والذي من شأنه أن يساهم بشكل كبير في تعلّم التلاميذ للرياضيّات، كما وشجعنا التلاميذ للقيام بهذا الاستخدام بأنفسهم أيضاً.

الوحدة التدريسية[1]:

قمنا ببناء وحدة تدريسيّة في موضوع الزوايا تعتمّد على التعلّم التعاوني المحوسب باستخدام برنامج جيوجبرا، وعلى النظريّة البنائيّة (Constructivism Theory) واستراتيجيّة الاكتشاف الموجّه (Guided Discovery) التي تهدف إلى أن يبني التلميذ ويكتشف المفاهيم بنفسه.

اعتمدنا النظريّة البنائيّة لأنها تُعدّ من أكثر النظريات التربويّة التي ينادي بها التربويّون في العصر الحديث، فالمدرسة البنائيّة لها أكثر من منظور في التعلّم وهي بشكل عام تؤكّد على أنّ الفرد يفسّر المعلومات والعالم من حوله بناء على رؤيته الشخصيّة. إنّ التعلّم يتمّ من خلال الملاحظة والمعالجة والتفسير أو التأويل ومن ثمّ يتمّ الموائمة أو التكييف للمعلومات بناء على البنية المعرفيّة لدى الفرد. وقد اخترنا النظريّة البنائيّة للأسباب التالية أيضاً:

- بحسب النظرية البنائية يُنظر للمتعلّمين على أنّ لهم دور فعال في بناء معانيهم الخاصّة إلى حدّ ما طالما أنّ الأفراد يقومون بذلك من منطلق معتقداتهم وخبراتهم الماضية.
- يُعتبر التعلّم عمليّة مستمرّة غير محدودة وغير مرتكزة على المدرسة كمصدر أساسيّ للمعرفة.
- التعلّم البنائيّ يرى أنّ المتعلّم نشط وغير سلبيّ وأنّ المعرفة لا يتمّ استقبالها من الخارج أو من أيّ شخص.
- التعلّم البنائيّ يجعل المتعلّم محور العمليّة التعليميّة من خلال تفعيل دوره، فالمتعلّم يكتشف ويبحث وينفّذ الأنشطة.
- يُعطي التعلّم البنائيّ للمتعلّم فرصة تمّثيل دور العلماء، وهذا ينمّي لديه الاتجاه الإيجابيّ نحو العلم والعلماء ونحو المجتمّع ومختلف قضاياه ومشكلاته.
- يوفر التعلّم البنائيّ للمتعلّم الفرصة لممارسة عمليّات العلم الأساسيّة والمتكاملة.
- يتيح التعلّم البنائيّ للمتعلم فرصة المناقشة والحوار مع زملاءه المتعلمين أو مع المعلّم، مما يساعد على نمو لغة الحوار السليمة لديه وجعله نشطا.

[1] https://sites.google.com/site/mathzawaya/

- يربط التعلّم البنائي بين العلم والتكنولوجيا، ممّا يعطي المتعلّمين فرصة لرؤية أهميّة العلم بالنسبة للمجتمع ودور العلم في حلّ مشكلات المجتمّع، كما يجعل المتعلّمين يفكّرون بطريقة علميّة، وهذا يساعد على تنمية التفكير العلميّ لديهم.
- يتيح التعلّم البنائي للمتعلّمين الفرصة للتفكير في أكبر عدد ممكن من الحلول للمشكلة الواحدة، ممّا يشجّع على استخدام التفكير الإبداعيّ، وبالتالي تنميته لدى التلاميذ.
- يُشجّع نموذج التعلّم البنائيّ على العمل في مجموعات والتعلّم التعاوني، ممّا يساعد على تنمية روح التعاون والعمل كفريق واحد لدى المتعلّمين.

أما الاستراتيجية التي اتبعناها في بناء وتنفيذ الحدة التدريسية فهي استراتيجيّة الاكتشاف الموجّه التي تتبع للنظريّة البنائيّة، فوفقا للنظرية البنائيّة الهدف من عمليّة التعليم هو أن يبني الفرد معاني خاصة به، وليس أن يتذكّر الإجابة الصحيحة، كذلك أن يستطيع تفهم المعاني لدى الآخرين. من أجل أن يبني التلاميذ معانيهم الخاصة، يجب أن يُسمح لهم باكتشاف المفاهيم والمعرفة بعمق، وبذلك يجعلوها المعاني الخاصة بهم. هذه الطريقة مناسبة تماما لتعلّم الرياضيّات.

الاكتشاف الموجّه هو أحد أساليب التعلّم والتعليم، والإدراك الذي ينبع عن استخدام هذه الاستراتيجية لا يمكن أن يكون في أساليب أخرى. كما ويشجع استخدام استراتيجية الاكتشاف الموجه في تطوير مستويات التفكير العليا، إذ أننا قمنا ببناء فعاليات استدراجية بحثية وأخرى بنائية والتي بدورها تشجع مستويات تفكير عليا مختلفة، إذ أنها تجعل التلميذ مصدر المعرفة وتشجعه على بناء المعارف بنفسه وبالتالي تطوير مهارات التفكير العليا لديه.

تحتوي الوحدة على سبع فعاليات تهدف إلى تطوير الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية. تطرقنا خلال هذه الفعاليّات لعدّة إدراكات وصور ذهنيّة لمفهوم الزاوية: حياتيّة، رسوميّة، حسابيّة، كلاميّة (وفقا للمنهاج)، والإدراك الديناميكيّ للزاوية، والذي يفتقر إليه منهاج الرياضيات لأنّه بحاجة لاستخدام أدوات تعلّم تكنولوجية ديناميكيّة بصرية كبرنامج جيوجبرا في بحثنا الحاليّ. يمكن تقسيم الفعاليّات إلى نوعين: بحثية تساعد التلاميذ على اكتشاف علاقات رياضية، وأخرى بنائية تساعدهم على بناء كائنات ومفاهيم رياضية من أجل إدراك مميزاتها وصفاتها.

في الجدول (2) عرضنا تفصيلاً لمواضيع الفعاليات، ونوعها والصور الذهنية التي نسعى إلى تطويرها من خلال تنفيذ الفعالية.

رقم الفعاليّة	موضوع الفعاليّة	نوع الفعاليّة	نوع الصور الذهنيّة
1	مفهوم الزاوية وأنواعها	بنائية	كلاميّة ورسوميّة
2	هيا بنا نحرك مركّبات الزاوية	بحثية	ديناميكيّة
3	الزاوية في حياتنا اليوميّة	بحثية	حياتيّة
4	الزوايا ودوران عقارب الساعة	بحثية	حياتيّة
5	زوايا متجاورة متكاملة	بحثية	رسوميّة وحسابيّة
6	زوايا متقابلة بالرأس	بحثية	رسوميّة وحسابيّة
7	جمع وطرح زوايا	بحثية	حسابيّة

جدول(2): مواضيع الفعاليّات، ونوعها، ونوع الصور الذهنيّة فيها.

خلال استخدام برنامج الجيوجبرا في الفعاليات السبعة شدّدنا على الجوانب التالية: (أ) الربط بين المرئيّ والرمزيّ كجانبين رياضيّين هامين يساهمان في توصّل تلميذ الرياضيّات إلى فهم عميق للكائنات والعمليّات الرياضيّة. (ب) الاهتمّام بالتمثيلات المختلفة للكائنات الرياضيّة. (ج) استخدام الأدوات الديناميكية في جيوجبرا كالجر لمعالجة كائنات رياضية، وإجراء تغييرات على بعض مركّباتها، ومراقبة تأثير التغييرات على مركّباتها الأخرى. (د) عرض قياسات لمركّبات كائنات هندسية، ومراقبة تأثير تغيير بعض هذه القياسات على قياسات المركّبات الأخرى.

سير العمل ودور المعلّمة:

قامت الباحثة الأولى بتعليم الوحدة التدريسية لتلميذات عينة البحث واعتمدت الباحثة في تدخّلها على استراتيجية الاكتشاف الموجّه، وقد تمثّل هذا التدخّل فيما يلي: أولاً، توجيه التلاميذ باتّجاه البحث والاستكشاف، وذلك من خلال توفير بيئة مناسبة، وتخصيص الوقت للتلاميذ للاكتشاف. ثانياً، تحمّل المسؤولية كمعلّمة لمساعدة كل تلميذة في الوصول إلى المطلوب، وذلك من خلال مناقشة أخطائهم وتوجيههم بالاتجاه الصحيح. ثالثاً، توفير جميع المواد والأدوات الضروريّة التي تقود التلاميذ للاكتشاف. كما شجعت المعلمة العمل بشكل تعاوني ما بين التلاميذ، وذلك بحسب المميزات التالية:

- تعاون تامّ يقوم على العمل ضمن مجموعات صغيرة؛ كلّ مجموعة تضم تلميذتين غير متجانستين.
- تشجيع التعاون في الفعاليّات السبعة من خلال توجيهات مكتوبة من قبل المعلمة في بداية الوحدة التدريسيّة، كالتوجيهات التالية:
  - خلال حلّ الأسئلة، فكر بصوت عال وصف لزميلك مراحل الحل، واطلب منه أن يساعدك.
  - عند قيام زميلك بتنفيذ خطوة معيّنة في برنامج جيوجبرا، اسأله عن تفسيره لهذه الخطوة وناقشها معه.
- تشجيع التعاون من خلال مهام الفعاليّات، والتي تشجّع على التعاون، مثلاً:
  - تناقشوا معا واكتبوا تعريفاً ملائماً للزاوية.
  - فسّر لزميلك هذه الظاهرة وناقشها معه.
  - تناقش مع زميلك حول الزوايا الأخرى الموجودة في الهرم، فسّر لزميلك لماذا تُعتبر زوايا؟
  - حدّدوا زاوية من خلال استخدام الأيقونة في برنامج جيوجبرا، وأعطِ فرصة لزميلك أن يحدد زوايا أخرى.

- امنح زميلك فرصة لطرح أفكاره وناقشها معه. حاولا معاً تحديد وقياس زوايا مختلفة في الأشكال.
- حاول إقناع زميلك أنّ $\alpha=\beta$ دائماً.

نتائج البحث:

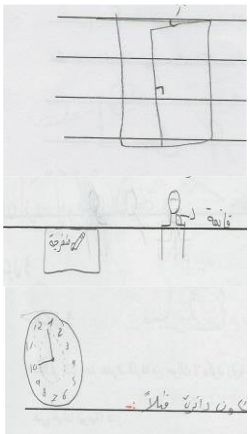
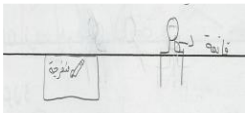
أردنا في هذا البحث فحص كيفيّة تأثير التعلّم التعاوني المحوسب باستخدام برنامج جيوجبرا على تطوّر الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية لدى تلاميذ الصف السابع. لذلك قمنا ببناء وحدة تدريسيّة تعتمد فعاليّاتها على استخدام برنامج جيوجبرا، وأبلتات متعدّدة الأهداف والتي بُنيت كذلك في برنامج جيوجبرا. في البداية قمنا بفحص الصور الذهنيّة لدى التلاميذ المتعلّقة بإدراك مفهوم الزاوية من خلال اختبار قَبْلِيّ، وبعد تنفيذ الوحدة التدريسية قمنا بفحص الصور الذهنيّة مرة أخرى من خلال اختبار بَعْدِيّ.

من أجل تحليل المعطيات اعتمدنا طريقة المقارنة المستمّرة Constant Comparison Method وذلك للحصول على فئات تتعلّق بكلّ إدراك من الإدراكات الخمسة لمفهوم الزاوية. كما أننا قمنا بإجراء مقابلات مع التلميذات وقمنا بتحليل إجاباتهن.

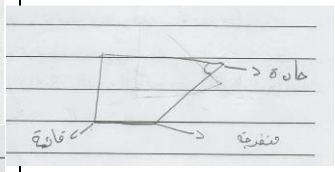
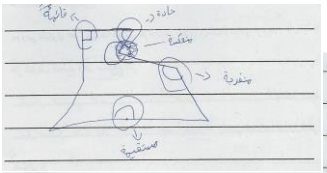
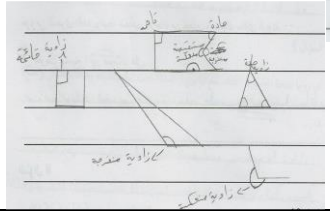
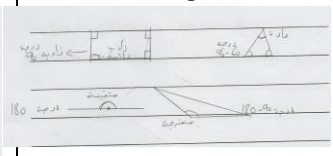
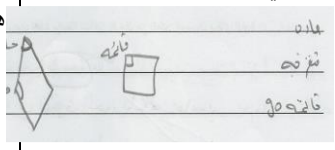
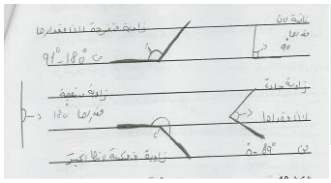
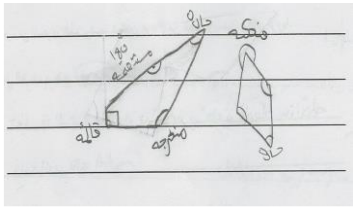
سنقوم هنا بعرض النتائج التي حصلنا عليها من خلال جدول يبين ملخّص التطور الذي حصل على الصور الذهنية لمفهوم الزاوية لدى التلميذات في كل جانب من جوانب إدراك مفهوم الزاوية. كذلك سنعرض أهم نتائج المقابلات التي قمنا بإجرائها مع التلميذات بعد الانتهاء من تطبيق الوحدة التدريسية. هذه المقابلات هدفت إلى التعرّف أكثر على التطوّر الحاصل على الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية من وجهة نظر التلميذات أنفسهن.

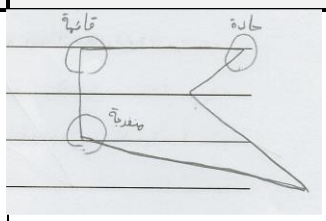
التطوّر الحاصل على الصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية قبل وبعد التجربة لكلّ إدراك من إدراكات مفهوم الزاوية الخمسة:

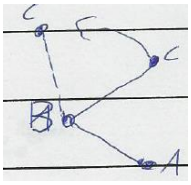
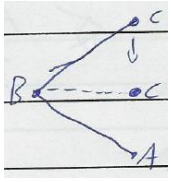
يُفصّل الجدول (3) الصور الذهنية للتلميذات قبل وبعد التجربة لكلّ إدراك من الإدراكات الخمسة لمفهوم الزاوية.

إدراك مفهوم الزاوية	قبل التجربة	بعد التجربة
إدراك حياتيّ	تمّ التعبير عن الزاوية **بصورة كلاميّة** فقط. أمثلة: زاوية إطار الباب، إطار الشباك، إطار الكتاب.	تمّ التعبير عن الزاوية **بصورة كلاميّة ورسوميّة** أيضاً. أمثلة: إطار اللوح، فتحة الشباك، الزاوية التي يكونها ظهر الكرسي مع القاعدة، زاوية القلم مع الورقة، فتحة الثلاجة، عقارب الساعة، فتحة الحاسوب. 
	تمّ وصف الزاوية **القائمة** فقط. أمثلة: في طاولة البيت يوجد زاوية قائمة، باب، شباك.	تمّ التعبير عن **أنواع زوايا** مختلفة (قائمة، منفرجة، وحادّة). مثال: فتحة الحاسوب 

إدراك مفهوم الزاوية	قبل التجربة	بعد التجربة
	لم يُعبّر عن زوايا متحركة.	تمّ التعبير عن **زوايا متحركة**. أمثلة: زاوية فتحة الحاسوب، الزاوية التي يكونها القلم مع الورقة، عند تحريك رأسنا، والزوايا التي تكونها عقارب الساعة.
	تمّ التعبير عن أهمية الزاوية في الحياة اليوميّة فقط من خلال **بُعدين.** مثال: تعطي جمال للشكل.	تمّ التعبير عن أهمية الزاوية في الحياة اليوميّة من خلال **ستة أبعاد.** مثال: تعطي جمالاً للشكل، لها أهمية عند القيام بمهام حياتيّة، لها أهمية عند القيام بتطبيقات بيتيّة، لها أهمية في ألعاب رياضيّة، لها أهمية في القراءة والكتابة.
إدراك كلاميّ	جميع التلاميذ لم يعطوا تعريفاً صحيحاً للشعاع. أمثلة: هو البعد بين نقطتين، خط مستقيم بين نقطتين.	جميع التلاميذ اعطوا تعريفاً كلامياً صحيحاً للشعاع. مثال: هو خط مستقيم له نقطة بداية ولا يوجد له نهاية.
		تمّ التعبير من قبل تلميذتين عن الشعاع بشكل رسوميّ. مثال:
	تلميذتان فقط استطاعتا تعريف الزاوية بشكل صحيح.	تمّ تعريف الزاوية بشكل كلاميّ بصورة صحيحة من قبل جميع التلاميذ.
		تمّ التعبير عن الزوايا المتجاورة بشكل كلاميّ.

إدراك مفهوم الزاوية	قبل التجربة	بعد التجربة
إدراك رسوميّ	تمّ التعبير فقط عن **ثلاثة أنواع** من الزوايا (حادّة، قائمة، منفرجة) لدى جميع التلاميذ.	تمّ التعبير عن **خمسة أنواع** من الزوايا (حادّة، منفرجة، قائمة، مستقيمة، ومُنْعكسة) من قبل غالبية التلاميذ.
	تمّ رسم أنواع الزوايا من خلال شكل هندسيّ واحد (**تلميذان فقط**). مثال: 	تمّ رسم الخمسة أنواع في شكل هندسيّ واحد من قبل **5** تلاميذ. مثال:  
	تمّ رسم كلّ نوع على حدة.  تمّ رسم كلّ نوع في شكل هندسيّ مختلف.  تمّ رسم أنواع الزوايا من خلال شكل هندسيّ واحد، مع إشارة خاطئة إلى الزاوية.	تمّ رسم كلّ نوع على حدة.  تمّ رسم أنواع الزوايا من خلال شكلين هندسيّين. 

إدراك مفهوم الزاوية	قبل التجربة	بعد التجربة
		
	تمّ التعبير عن الزاوية أنها تكون بين خطان منكسران مستقيمان ومن **داخل الشكل**.	تمّ التعبير عن الزاوية انها شعاعان مستقيمان يخرجان من رأس واحد.
	تمّ التعبير عن الزاوية أنها تكون **فقط** داخل الشكل المنتظم (عدم معرفة الزاوية المنعكسة).	
إدراك حسابيّ	كان هناك **فقط إجابتان صحيحتان** في موضوع تأثير طول ساقي الزاوية على مقدارها.	**جميع** التلاميذ أجابوا إجابة صحيحة في موضوع تأثير طول ساقي الزاوية على مقدارها.
	في جمع وطرح زوايا كان هناك فقط نوعان من التعليل: **حسابيّ، وحسابيّ كلاميّ.** أمثلة: • 75=45+30 • 75جمعتهن مع بعض. • 75 هي 45 نجمع الزوايا مع بعض ونحصل على النتيجة. لأنّ الزاوية ABC هي 30 والزاوية CBD	في جمع وطرح زوايا ظهر نوع آخر من التعليل ألا وهو **التعليل الجبريّ** (باستخدام الدلالة ∢)، بالإضافة إلى **التعليل الحسابيّ الكلاميّ، والحسابيّ الكلاميّ الجبريّ.** أمثلة: • 75=45+30 $\measuredangle ABD = \measuredangle ABC + \measuredangle CBD$ جمعنا الزوايا الصغيرة وحصلنا على قيمة الزاوية الكلّيّة. • 75=45+30 مجموع الزوايا الصغرى هو قيمة الزاوية الكلّية.

إدراك مفهوم الزاوية	قبل التجربة	بعد التجربة
	نلاحظ أنه قبل التجربة استخدم التلاميذ فقط نوعان من التعليل كلامي وحسابي.	بعد التجربة استخدم التلاميذ أنواع تعليلات متنوعة أكثر.
إدراك ديناميّ	أغلب التلاميذ أجابوا إجابات **خاطئة**، وحتّى الذين أجابوا بصورة صحيحة كانت إجاباتهم **من دون تعليل.**	أغلب التلاميذ أجابوا إجابة صحيحة على تحريك رأس الزاوية مع **تعليل من الإدراك الحياتيّ.** مثال: تعليل بصري حياتي • لأنه كلما اقترب الشخص الى البناية يرى البناية بشكل أفضل حتى يصل إليها. • كلما اقترب من البناية تكون زاوية الرؤيا أوضح والعكس صحيح.
	لم يعبّر التلاميذ عن مفهوم الزاوية كشيء يمكن تحريكه والتحكم فيه وفقاً لحاجاتنا.	عبّر التلاميذ عن الزاوية كدوران وأجابوا جميعهم إجابات صحيحة على علاقة **دوران** الشعاع بقيمة الزاوية، وكان تعليلهم **كلامياً ورسومياً.** أمثلة: لان الزاوية عبارة عن دوران الشعاع.   عبّر التلاميذ عن الزاوية كشيء متحرك.

إدراك مفهوم الزاوية	قبل التجربة	بعد التجربة
	أثناء المقابلات أكدت التلميذات على أنّ هذا السؤال كان **صعباً** للغاية لأنّه **من الصعب تخيل** ماذا يحدث لقيمة الزاوية عند تحريك عنصر ما من مركّباتها.	أثناء المقابلات عبّرت التلميذات عن مدى فهمهن لهذا السؤال عندما حلّوه بواسطة جيوجبرا، إذ أن برنامج **جيوجبرا** وفر لهم ما لم يستطيعوا أن يتخيّلوه عند تحريك مركّبات الزاوية. كما وأنهن يستطعن الآن التعبير عن زوايا متحرّكة أكثر من التعبير عن زوايا ثابتة في الحياة اليوميّة.

جدول(3): الصور الذهنية لإدراكات مفهوم الزاوية الخمسة قبل وبعد التجربة.

نتائج المقابلات التي قمنا بإجرائها مع التلميذات بعد تطبيق الوحدة التدريسية:

في هذا القسم سوف نذكر أهمّ ما ذكرته التلميذات خلال المقابلات:

- صرّحت التلميذات أنّه عند سماع كلمة زاوية قبل التجربة، كان يخطر ببالهن أنواع الزوايا الثلاث: قائمة، حادّة، ومنفرجة، لكن بعد التجربة أصبح لديهن قدرة على تخيّل كلّ ما يحيط بهن من زوايا ثابتة وأخرى متحركة. أمثلة لأقوال التلميذات: "اليوم وأنا ماشيي في الشارع صرت أشوف بكلّ شي بطّلع علي زوايا، الإشي كثير حلّو، لأنو في كثير أشياء كنت أطّلع عليها قبل ومكنتش أشوف الإشي كيف بشوفو هسة"، "كنت أشوف بس الزاوية القائمة مثل إطار اللوح بس هسه بشوف زوايا حتى بالأشياء اللي بستعملها مثل لما بدي أشتغل على الحاسوب لو كانت الزاوية حادّة مش رح أغدر أشوف".

أي أنه أصبح لدى التلميذات توسيع في الإدراك وتنويعه، بل وأصبح لديهن قدرة على تخيل الأشكال المجردة في الحياة اليوميّة، وتطوير أهمية ودور الزاوية في الاستخدامات اليوميّة كفتحة الحاسوب أو الباب. هذا التنوع رأيناه أيضاً في الاختبارات البَعْدِيّة والأمثلة التي عبّرت عنها التلميذات.

- عبّرت التلميذات عن أهمية التعاون في مثل هذه النوعية من المهام، حيث أن التعاون بين أفراد المجموعة يساعد في التغلب على الصعوبات. قالت إحدى التلميذات "التعاون كثير ساعدني لأنو زميلتي كان عندها معلومات أكثر مني بشوي، وكانت تشرحلي لما مش فاهمي إشي وتعطيني معلومات". نلاحظ أن التعاون ساعد في تطوير المعرفة.
- عبّرت التلميذات عن المتعة في الحلّ أثناء استخدام برنامج جيوجبرا، والذي، بحسب رأيهن، سهّل أيضاً عليهم الحلّ. أمثلة لأقوال التلميذات: "الإشي كان أسهل من لو تعلمنا في الصف لأنو أنا بحرك الشعاع وبشوف شو بصير بقيمة الزاوية يعني قبال عيني"، "الفعاليّة الأولى كثير استفدت منها ("تعريف مفهوم الزاوية كلاميّا") لأني أنا بنيت الزاوية وأعطيتها تعريف"، "أنا قمت باكتشاف الأشياء الي عرفتها عن الزاوية عشان كنت أحرك وأشوف شو بصير".
- شدّدت التلميذات على ضرورة فهم الجانب الديناميّ لمفهوم الزاوية والذي لم يتعاملن معه من قبل، وأهمّيّة جيوجبرا لتطوير إدراكهن لهذ الجانب وتحسين قدراتهن على التخيّل. أمثلة لأقوال التلميذات: "قبل التجربة معرفتش أحل السؤال الي بحرّك في لأني ما كنتش أقدر إني أتخيل بس جيوجبرا ساعدني انو أتخيل"، "السؤال الي كان في رجل وبناية فهمتو بس بعد ما استعملنا البرنامج وفهمنا انو لما بغير محلّو الزاوية بتتغيّر"، "المعلومات بعدها بعقلي لأني أنا الي عملتها مش المعلّمة اجت قالتلي اياها أنا اكتشفت وهاذا الإشي ممتع".

النقاش والاستنتاجات:

لقد لاحظنا أنّ النتائج تشير إلى نجاح استخدام التعلّم التعاونيّ المحوسب باستخدام جيوجبرا في توسيع وتنويع إدراكات التلميذات لمفهوم الزاوية. سنقوم الآن بمناقشة نتائج البحث لكلّ إدراك من الإدراكات الخمسة على حدة: الحياتيّ، الكلاميّ، الرسوميّ، الحسابيّ، والديناميّ، وسنبين تأثير مميّزات التدخّل الذي قمنا بتنفيذه على هذا التطور في الإدراك، حيث سنُظهر من بين هذه المميّزات تلك التي شكّلت سبباً رئيسيّا للنجاح الذي تم تحقيقه، وسنعرض أيضاً استنتاجاتنا من هذه النتائج.

الإدراك الحياتيّ:

من خلال النتائج نلاحظ أنّه قد حدث تطوّر في عدّة جوانب للإدراك الحياتيّ، فقد عبّرت التلميذات قبل التجربة عن الزاوية في الحياة اليوميّة بشكل كلاميّ، وتطرّقن للزوايا القائمة فقط، كما لم يَذكرن أمثلة لأنواع زوايا متحركة. إنْ دلّ هذا على شيء إنّما يدلّ على عدم إدراك تلميذاتنا للمفهوم الرياضيّ للزاوية بشكل عميق، ممّا أدّى إلى إدراك جزئي للزوايا التي تحيط بهم في حياتهن اليوميّة. مفهوم الزاوية يعني لهن فقط تلك الصورة الذهنيّة التي تعبّر عن الزاوية القائمة فقط والتي عبّرن عنها كلاميّا، والتي يلاحظونها في زاوية إطار الباب، وإطار الطاولة، والحائط، إلخ. هذا يشير إلى أن التجارب التعليمية التي مرّرن فيها هؤلاء التلميذات في المراحل التعليميّة السابقة (المرحلّة الابتدائية) اقتصرت على تمييز الزوايا القائمة فقط في الحياة اليوميّة، وهذا ما يؤكّده طول وفينير (Tall & Vinner, 1981)، إذ يدّعيان أنّ صورة المفهوم تتطوّر وفقاً لما يُدرّس في المراحل التعليمية المختلفة، وهي تصف جميع المباني المعرفيّة للمفهوم، والتي تحتوي على الصور الذهنيّة: خصائصها والعمليّات المرتبطة بها، والتي بُنيت على مر السنين، من خلال التجارب بجميع أنواعها، وتتغيّر وفقا للمحفّزات. لذلك ينبغي علينا كمعلّمين وباحثين الانتباه لهذا الأمر عند ربط موضوع الزوايا بالحياة اليوميّة، وأنْ نساعد التلاميذ على توسيع وتنويع إدراكاتهم والصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية في الحياة اليوميّة من خلال استخدام برامج تكنولوجية وفعاليات محوسبة مثل برنامج جيوجبرا والتي تتيح للتلميذ التعرّف على الزاوية بتمثيلات وتجسيدات بصرية متنوعة لها. بالمقابل، وبعد التجربة نلاحظ أنّ إدراك التلميذات لمفهوم الزاوية قد أصبح أكثر عمقاً، فنراهن يعبّرن عن أنواع زوايا مختلفة من حياتهم اليوميّة بشكل كلاميّ ورسوميّ أيضاً، أي أنّه أصبح لديهن صور ذهنيّة كلاميّة أكثر لمفهوم الزاوية وصور ذهنية رسوميّة أيضاً. كذلك اتسع لديهن إدراك مفهوم الزاوية كمفهوم ديناميّ يمكننا تحريكه والتحكّم فيه وفقاً لحاجاتنا اليوميّة. يعود هذا التطوّر الحاصل لمفهوم الزاوية في الإدراك الحياتيّ لدى التلميذات إلى استخدام الأدوات الدينامية في برنامج جيوجبرا كالجر أثناء قيامهن بحلّ المهام المختلفة في موضوع الزاوية. نلاحظ أن المميّزات التي يمتلكها برنامج جيوجبرا قد أدّت إلى تطوّر الصور الذهنية الرسومية

للإدراك الحياتيّ للزاوية لدى التلميذات، وهذا لأنّ إحدى هذه المميّزات هي وجود التمثيل الرسوميّ الذي لم يُطوّر فقط الشكل الرسوميّ للزاوية كشكل هندسيّ، بل أظهر أيضاً هذا الشكل كتجسيد لمفهوم الزاوية في الحياة اليوميّة. هذا ما أشار إليه أيضاً الباحثون عنبوسي، ضاهر، وبياعة (2012)، حيث صرّحوا أن أحد خصائص برنامج جيوجبرا المميّزة هي الربط بين المرئيّ والرمزيّ وهما جانبان رياضيّان مهمّان ويساهمان في توصّل تلميذ الرياضيّات إلى فهم عميق للكائنات والعمليّات الرياضيّة. وأضافوا بأن برنامج جيوجبرا هو برنامج ديناميّ يمكّن التلاميذ من الحصول على عدّة تمثيلات لنفس الكائن الرياضيّ (عنبوسي، ضاهر، وبياعة، 2012).

بالنسبة للزاوية، حصلت التلميذات بسهولة على عدّة أنواع من الزوايا، وذلك من خلال تحريك و/أو جر أحد ساقيها، وبالتالي حصلن على عدة أمثلة مختلفة من ناحية أنواع الزوايا. كذلك، سهولة قياس مقدار الزاوية وتغيير مقدارها من خلال تحريك أحد ساقيها، أدّى إلى تطوير إدراك التلميذات لأهمّية الزاوية في حياتهن اليوميّة، فقد عبّرن قبل التجربة عن بُعدين لأهمية الزاوية بالمقابل لستة أبعاد بعد التجربة، ممّا يعني أنّ التطوّر الذي حصل على مفهوم الزاوية لديهم أدّى إلى تطوّر مفهوم الزاوية من حيث أهمّيّتها ودورها في حياتهم اليوميّة. تم التطرق لهذا في إحدى المهام التي طُلب من خلالها تمييز وقياس زوايا مختلفة في أشكال متنوعة من الحياة اليوميّة بواسطة جيوجبرا، وتحريكها للحصول على زوايا ملائمة لوضع واقعي معيّن، ومناقشة ذلك، هذا التطور الذي حدث كنتيجة لتنفيذ التلميذات لمهمات من هذا النوع يؤكّد على أهمّيّة الربط بين جيوجبرا والحياة اليوميّة.

يمكننا الاستنتاج بأن النجاح الذي حصل في بحثنا الحالي يعود لبناء الفعاليّات بطريقة تشجّع وتطوّر الإدراكات الحياتيّة لمفهوم الزاوية وللتركيز على الجوانب المختلفة التالية:

- عَرض كم هائل ومتنوع من الصور أمام التلاميذ التي تضم كائنات يستخدمونها يومياً في حياتهم اليوميّة، مثل: قلم، ورقة، دراجة، ساعة، باب مفتوح، وغيرها. وأخرى تعرض أماكن زاروها أو شاهدوها في صفحات الإنترنت، مثل: الأهرامات، برج إيفيل، قبّة الصخرة، وغيرها.

- إعطاء فرصة للتلاميذ لتعيين وقياس زوايا مختلفة في الشكل الواحد بأنفسهم من خلال جيوجبرا، وهذا ما تؤكّد أهمّيّته الدراسات التي تنصح بالتشديد على التجربة التعلّميّة الذاتية التي يمر فيها التلاميذ من أجل بناء مبان معرفيّة وصور ذهنيّة متنّوعة للمفهوم الرياضيّ لديهم (Tall & Vinner, 1981).
- توجيه التلاميذ للنقاش والتعاون بين أفراد المجموعة عند تعيين الزوايا وقياسها، ممّا يؤدّي إلى ظهور آراء متنوعة حول الأماكن المختلفة التي تظهر فيها زوايا في الشكل، وهذا يؤدّي إلى تطوّر المعرفة وتوسيع الإدراكات لدى التلاميذ. هذا التأثير للتعاون تؤكّده الدراسات التي تشدد على ضرورة العمل التعاونيّ وتُظهر أهمّيّته في تطوير المعرفة جرّاء تبادل الآراء والمناقشة بين أفراد المجموعة. كما تشير الأبحاث أيضاً إلى أن الاتّصال والتعاون هما من العمليّات الأساسيّة التي تساعد على فهم وتعلّم الرياضيّات، لأنهما تسمحان للتلاميذ بمناقشة فهمهم لإجراءات ومفاهيم رياضيّة مع زملائهم (Reis& Karadag, 2008).
- تشجيع التلاميذ من قِبَل المعلّم وتوجيههم إلى اكتشاف المزيد من الزوايا في الشكل الواحد، الأمر الذي يزيد من دافعيّة التلاميذ لاكتشاف العديد من الزوايا في الأشكال التي تحيط بهم داخل الصفّ وخارجه. كذلك، تشجيع التلاميذ على ذكر الزوايا التي يرونها كلاميّاً ورسمها على الورقة، وربط أنواع الزوايا مع الشكل الهندسيّ المجرد، على سبيل المثال في الهرم وأنواع زوايا الهرم.
- التطرق خلال الفعاليّات في الإدراك الحياتيّ إلى زوايا متحركة، مثل زاوية فتحة الباب، وزاوية فتحة الحاسوب وأهمّيّتها في حياتنا اليوميّة. ظَهرت أهمية هذا الأمر في الفعّالية التي تمّ خلالها استخدام أبلت الساعة عند تنفيذ مهمّاتها، وقد قام التلاميذ خلالها بتحريك العقارب ورؤية التغيّر الحاصل على قيم الزوايا.

إنّ التركيز على كلّ هذه العوامل الخمسة مجتمعة، بالإضافة إلى مميّزات برنامج جيوجبرا البصرية والديناميكيّة أدّى إلى فهم عميق للزاوية وإدراكها ككائن يمكننا تحريكه والتحكم به. هذا أدّى إلى نجاح استخدام جيوجبرا لتوسيع إدراكات التلاميذ والصور الذهنيّة لمفهوم

الزاوية لديهم، فأصبح التلاميذ يدركون أنّ الزوايا المختلفة تتكّون نتيجة تحريك أحد الشعاعين. هذا ما كان يفتقده المشاركين في التجربة قبل تعليمهم الوحدة التدريسية، إذ أنّهم لم يستطيعوا التعبير عن مفهوم الزاوية كدوران للشعاع، وهذا ما تؤكّده الدراسات بأن معظم التلاميذ لا يعبّرون عن مفهوم الزاوية كدوران للشعاع، ممّا يجعل إدراكهم للمفهوم جزئياً وليس عميقاً، فَهُم يقومون بمحاكاة ما يقوم به المعلّم لا أكثر، وهذا ينتج عنه مفاهيم خاطئة لمفهوم الزاوية (Clement & Battista, 1992; Mitchlmore & White, 2000)، وبالطبع هذا يؤثر على تنوّع إدراكاتهم الحياتيّة لهذا المفهوم.

نُضيف لما ذكرنا سابقاً مؤشراً آخر لتطوّر الإدراك الحياتيّ لمفهوم الزاوية، وهو أقوال التلاميذ خلال المقابلات التي أجريناها مع التلاميذ بعد كلّ فعالية، فقد عبّروا عن إدراكهم لزوايا متنّوعة ومنها متحّركة، في الشارع، البيت، المدرسة، وفي البيئة المحيطة بهم. كما أنهم أشاروا إلى إدراكهم لزوايا في أعمال يقومون بها يوميّاً كحركات أعضاء في أجسادهم، وكلّ هذه الإدراكات لم تخطر في بالهم قبل خوض هذه التجربة المميّزة. هذه التجربة ساعدتهم على إدراك مفهوم الزاوية بشكل عميق، وبالتالي وسعت لديهم الصور الذهنيّة ونوّعتها، ممّا ولّد لديهم شعوراً جميلاً ورائعاً تّجاه ما يشاهدونه من زوايا حولهم. أي أنّ التلاميذ وصلوا إلى مرحلة يستطيعون فيها رؤية أشكال هندسيّة مجرّدة في حياتهم اليوميّة، وفي كلّ شيء ينظرون إليه.

الإدراك الكلاميّ:

نلاحظ من النتائج تطوّر الإدراك الكلاميّ لمفهوم الشعاع وبالتالي لمفهوم الزاوية، فقبل التجربة لم يستطع التلاميذ تعريف الشعاع بصورة صحيحة، وبالتالي نتج عن هذا عدم معرفتهم لتعريف مفهوم الزاوية بشكل كلاميّ صحيح. بينما بعد التجربة عرّف جميع التلاميذ الشعاع والزاوية بشكل صحيح، وبالإضافة لذلك استطاع التلاميذ تعريف الشعاع أيضاً بشكل رسوميّ، أي أنّ برنامج جيوجبرا طوّر الإدراك الكلاميّ من خلال تقوية الإدراك الرسوميّ لدى التلاميذ. لقد شدّدنا خلال بناء الفعاليّات على أن يقوم التلاميذ ببناء الزاوية بأنفسهم

من خلال الأدوات المتاحة في برنامج جيوجبرا، ثمّ طلبنا منهم إعطاء تعريف كلاميّ للزاوية اعتماداً على عملية البناء التي قاموا بها. بالفعل، ساعد النقاش فيما بين أفراد المجموعة، ومراحل عملية البناء التي قاموا بها بأنفسهم بشكل استدراجيّ على إعطاء تعريف صحيح لمفهوم الزاوية. من الجدير ذكره أن التلاميذ استطاعوا تعريف الشعاع بصورة صحيحة وفقاً لصورته ومقارنته بصور أخرى للمستقيم والقطعة، وبالتالي استطاعوا تعريف مفهوم الزاوية بصورة صحيحة عندما قاموا ببنائها باستخدام إدراكهم السليم لمفهوم الشعاع. نعود ونَذكر أنّنا طلبنا من التلاميذ إعطاء تعريف كلاميّ للزاوية قبل البدء بمهامّ الفعاليّة الأولى ولم يستطيعوا إعطاء تعريف صحيح، ولكنهم قاموا برسم شكل زاوية بصورة صحيحة، وهذا ما يؤكّده الباحثان فاينير و دريفوس(Vinner & Dreyfus ,1989) فهما يدّعيان أن التلاميذ يجزئون المفهوم إلى صور وتعريف؛ وهذا يعني أنّ التلاميذ لا يربطون دائماً بصورة صحيحة بين التعريف الكلاميّ وصورهم الذهنيّة للمفهوم الرياضي.

ممّا تقدّم ينبغي علينا كمعلّمين أنْ نُعطي فرصة للتلاميذ لبناء المفاهيم الهندسيّة بأنفسهم، والاعتماد على هذا البناء لكتابة تعاريف كلاميّة مناسبة للمفاهيم. بذلك نضمن أن يربط التلاميذ بين التعريف الكلاميّ للمفهوم والصورة الذهنيّة بشكل صحيح، وبذلك لن ينسوه فيما بعد. كما أنّ التشديد خلال الفعاليّات على أنْ يقوم التلاميذ بقول التعريف بشكل كلاميّ، وكتابته ومناقشته مع الزملاء، له دور كبير في الربط بين التعريف الكلاميّ والرسوميّ. تشير الأبحاث كذلك عل أهمية إشراك التلاميذ في فعاليات بنائيّة للمفهوم، والتي تُمكّنهم من إعطاء تعريف صحيح للمفهوم بصورة سهلة واستدراجية مُرتكزة على عمليّة البناء، وذلك من أجل مساعدتهم على فهم تعاريف المفاهيم الهندسيّة بصورة سهلة وعميقة (Herbst ,Gonzalez & Macke, 2005). بكلّمات أُخرى، علينا فتح المجال أمام التلاميذ لاكتشاف المفاهيم الرياضيّة بأنفسهم، وتطوير معرفتهم بالتعاون مع الزملاء، وهذا ما تؤكّده النظرية البنائيّة واستراتيجيّة الاكتشاف الموجّه. وفقاً لهذه النظريّة، من أجل أن يبني التلاميذ معانيهم الخاصّة، يجب أن يُتاح لهم اكتشاف المفاهيم والمعرفة بعمق، وبذلك

يجعلون هذه المعاني خاصّة بهم، ولذلك يجب أن يكون دور المعلّم مُيسّراً وليس مُسيّراً (Embretson & Daniel, 2008).

الإدراك الرسوميّ:

يتضح من النتائج أنه قد حدث تطوّر في تنويع الصور الذهنيّة في الإدراك الرسوميّ لدى التلاميذ، فقبل التجربة عبّر جميع التلاميذ عن ثلاثة أنواع فقط من الزوايا، كما ولم يستطع التلاميذ التعبير عن جميع أنواع الزوايا من خلال شكل هندسيّ واحد. بالمقابل، وبعد استخدام برنامج جيوجبرا والتعاون خلال حلّ المهامّ في التجربة، عبّر غالبية التلاميذ عن خمسة أنواع من الزوايا، وغالبيّة التلاميذ قاموا برسمها في شكل هندسيّ واحد. إنّ التطوّر في معرفة أنواع زوايا أكثر يعود إلى عدّة أسباب:

- إعطاء الفرصة للتلاميذ لبناء الزاوية من خلال أدوات برنامج جيوجبرا التي أشارت لإمكانيات وأنواع متعدّدة لبناء الزوايا.
- الطلب من التلاميذ تحريك أحد الشعاعين بالاتجاه الذي يريدونه، وملاحظة التغيّر الحاصل على قيمة الزاوية، وتحديد نوعها وفقا لقيمتها. بهذا أدرك التلاميذ العلاقة بين تحريك مكان الشعاع (دوران الشعاع) وقيمة ونوع الزاوية.
- توجيه التلاميذ لإجراء نقاشات فيما بينهم حول أنواع الزوايا المختلفة التي يعرفونها، وحثهم على تحريك الشعاع للحصول على أنواع يعرفونها. هذا ساعدهم على تطوير المعرفة في الإدراك الرسوميّ للزاوية.
- توجيه التلاميذ خلال الفعاليّة للحصول على أنواع زوايا جديدة لم يذكروها سابقاً، كالزاوية المنعكسة والزاوية المستقيمة، وتشجيعهم على النقاش فيما بينهم من أجل اقتراح أسماء لهذين النوعين الجديدين من الزوايا.

هذه الأسباب أدّت إلى تطوّر الصور الذهنيّة الرسوميّة، ونرى أن أحد العوامل المهمة في هذه الأسباب هو إمكانية التحريك والجرّ في برنامج جيوجبرا وملاحظة التغيير الناتج جرّاء هذا التغيير على الكائنات الرسومية الهندسية الموجودة على الشاشة. كما أن وجود نقاشات بين

أفراد المجموعة ساعد على تنويع وتوسيع الإدراكات لديهم. هذا يتفق مع ما تم ذِكره في الأبحاث بأنّ صورة المفهوم هي نتيجة لخبرات التلاميذ، والأمثلة، والإلمام في مفهوم رياضي معين (Tall, 1992; Tall & Bakar, 1991; Vinner & Dreyfus, 1989). كما ولاحظنا في بحثنا أن التلاميذ استفادوا أيضاً من تجارب وأمثلة الأفراد الآخرين في المجموعة الواحدة، بالذات عند القيام بعرض هذه الخبرات والأمثلة المتنوعة بصورة رسوميّة وبتمثيلات دينامية متنوعة، الأمر الذي توفّره البيئة التكنولوجية وبرنامج جيوجبرا بالذات. بهذا نستنتج أنّ التكنولوجيا والتعاون قد وفّرا بيئة داعمة لتطوّر صور ذهنية مختلفة ومتنّوعة لمفهوم الزاوية في الإدراك الرسوميّ.

الإدراك الحسابيّ:

يمكننا تقسيم التطوّر الحاصل على الإدراك الحسابيّ إلى قسمين:

- صرّح التلاميذ قبل التجربة بأن تكبير أو تصغير طول ساقي الزاوية يؤثّر على قيمتها، لكن بعد التجربة أكّد التلاميذ عدم تأثير طول ساقي الزاوية على مقدارها، ذلك لأنّ الزاوية عبارة عن دوران الشعاع، وتكبير أو تصغير طول الشعاع في الرسم لا يؤثّر على موقعه، وبالتالي لا يؤثّر قيمة الزاوية. هذا ما يشير إليه الباحثون بيبر، تونا، وكوركماز (Biber, Tuna & Korkmaz, 2013)، فهم يدّعون بأنه عادة ما نجد لدى تلاميذنا مفهوماً خاطئاً بالنسبة لقيمة الزاوية وعلاقتها بطول ساقيها. لاحظ الباحثون أنه عندما يكون لدى التلاميذ خبرات حقيقية وذات معنى مناسب لقياس ومقارنة الزوايا، والتي تتمثّل في مجموعة متنوعة من الطرق، يكون التلاميذ أكثر عرضة لفهم أن أساس الزاوية هو مقدار الدوران للشعاع وليس أطوال ساقيها في الرسم. هذا ما تؤكّده أيضا دراسة للباحثين ميتشيلمور ووايت (Mitchelmore & White, 2000)، حيث اتضح أنّه حتّى في الصفّ الثامن لا يزال الكثير من التلاميذ لا يعبّرون عن مفهوم الزاوية كدوران للشعاع. أمّا الطرق المتنوعة التي استخدمناها في تجربتنا لكي يفهم التلاميذ أنّ دوران الشعاع هو ما يؤثر على قيمة الزاوية، وليس طول ساقيها، فهي:

- بناء أبلت في برنامج جيوجبرا الذي يُتيح للتلاميذ تكبير وتصغير طول ساقي الزاوية، ويعرض قيمة الزاوية لكي يتأكد التلاميذ من عدم تأثير ذلك التغيير على قيمة الزاوية.
- رَبْط الأمثلة الهندسيّة بأمثلة من الحياة اليوميّة، كتجسيد الأبلت الذي يُتيح جرّ رأس الزاوية بعيداً عن داخلها بتحرّك شخص بعيداً عن بناية ومتابعة تغيّر زاوية الرؤية التي تتكون عندما ينظر هذا الشخص إلى رأس البناية. استطاع التلاميذ في هذا المثال أن يربطوا ما بين الزاوية في الأبلت وزاوية الرؤية وصرّحوا أن زاوية الرؤية تصغر كلّما ابتعد الشخص عن البناية، وتكبر عندما يقترب، وهذا ما يحدث للزاوية في الأبلت. هذا الاستنتاج لم يتوصّلوا إليه في الأبلت، ولكن في المثال من الحياة اليومية توصلوا إليه وحاولوا تفسيره هندسياً. لذلك ينبغي علينا كمعلمين تحديد المفاهيم الخاطئة التي من الممكن أنْ يقع فيها تلاميذنا، وأنْ نبني فعاليّات تعليمية تساعد على تصحيح هذه المفاهيم الخاطئة، وهذا ما تؤكده الأبحاث التي تشير إلى أنه من واجبنا كمعلمين أن نحدّد المفاهيم الخاطئة لدى التلاميذ وأن نعالجها من خلال الفعاليّات التعليمية (Gilbert, Osborne & Fensham, 1982).

- عند حلّ أسئلة جمع وطرح زوايا، طلبنا من التلاميذ تعليل طريقة حسابهم. عند تحليل التعليلات لاحظنا أنه قبل التجربة ظهر نوعان من التعليلات: حسابيّ وحسابيّ كلاميّ. بالمقابل، ظهر بعد التجربة نوع تعليل آخر بالإضافة إلى الحسابيّ والكلاميّ، وهو التعليل الجبريّ (باستخدام الدلالة ∡)، وتعليلات أخرى تدمج بين الثلاثة أنواع: كلاميّ، حسابيّ، وجبري. يعود هذا التطوّر على الإدراك الحسابيّ إلى استخدام برنامج جيوجبرا، والذي يوفّر عرض مفهوم الزاوية بعدّة تمّثيلات: رسوميّ، حسابيّ، جبري. كما أن هذا البرنامج يُتيح عدّة إمكانيات لعرض اسم الزاوية، ممّا يشجّع ظهور التعليل الجبري وبالذات التعبير بدلالة ∡. بالإضافة لذلك، استخدمنا في فعاليات جمع وطرح الزوايا أبلتاً يُتيح للتلاميذ تحريك أحد ساقي زاوية، واكتشاف التغيير الحاصل على قيمة الزوايا في الأبلت، وذلك لتوضيح العلاقة بين قيمة الزوايا الجزئيّة والزاوية الكليّة، أي أنّ التلميذ يُحرّك ويشاهد

القيم تتغيّر أمامه أثناء التحريك، وهذا يُعدّ أحد أهم مميّزات برنامج جيوجبرا. هذه الميّزة أدّت أيضاً إلى تطوّر تعليلات التلاميذ، بالذات أثناء نقاش هذه الحركات بين أفراد المجموعة لتعليل حلّهم للسؤال.

الإدراك الدينامي:

لم يستطع التلاميذ التعامل مع الأسئلة التي تعالج الإدراك الدينامي للزاوية في الاختبار القَبْلِيّ، كتحريك أحد مركّبات الزاوية من رأس وساق وتخيّل التغيير الحاصل على قيمة الزاوية. بينما نلاحظ أنّ جميعهم استطاعوا حلّ الأسئلة وبصورة صحيحة في الاختبار البَعْدِيّ، بالإضافة إلى وجود تعليلات كلاميّة وأخرى رسوميّة.

ممّا سبق نلاحظ التطوّر الحاصل على إدراك التلاميذ للجانب الدينامي وكيفيّة التعامل معه بصورة صحيحة، ويعود هذا لاستخدام برنامج جيوجبرا أثناء حلّ المهامّ، وهذا ما أكّدته التلميذات أثناء المقابلات. فقد صرّحن أنّه من قبل استخدام برنامج جيوجبرا كان من الصعب عليهن تخيّل ماذا يحدث لو حرّكن ساق أو رأس الزاوية، بينما مع استخدام البرنامج أثناء المهامّ أصبح لديهنّ قدرة كبيرة على التخيّل وإدراك المفاهيم بصورة أعمق، بالذات عند التعبير عن الزاوية كدوران للشعاع، وربط ذلك الدوران مع دوران عقارب الساعة في حياتهن الواقعية. هذا ما تؤكّده الدراسات (Clement & Battista, 1992; Mitchlmore & White 2000), التي تدّعي أن التلاميذ لا يعبّرون عن مفهوم الزاوية كدوران للشعاع، ممّا يجعل إدراكهم للمفهوم جزئياً وليس عميقاً. ينتج عن هذا مفاهيم خاطئة لمفهوم الزاوية، مثل: العلاقة بين طول ساقي الزاوية ومقدار الزاوية، والذي وجدناه أيضا لدى تلاميذ البحث الحالي. وفقا للأبحاث يساعد برنامج جيوجبرا على عرض الأفكار والمفاهيم بصورة ديناميكيّة وبصريّة، والتي من شأنها أن تساهم بشكل كبير في تعلّم التلاميذ للرياضيّات، كما ويعدّ برنامج جيوجبرا أداة مساعدّة للتلاميذ ليستكشفوا العلاقات الرياضيّة، وذلك عن طريق تمّثيلات مختلفة ومن أهمّها الجبريّ والهندسيّ (عنبوسي، ضاهر، وبياعة، 2012).

كذلك نلاحظ وجود مفاهيم خاطئة لدى التلاميذ والتي ظهرت في الاختبار القَبْلِيّ، كتأثير تكبير أو تصغير طول ساقي الزاوية على قيمتها، أو عدم تأثير تحريك أحد ساقي الزاوية مع وبعكس عقارب الساعة. كما نلاحظ أنّنا استطعنا التغلّب على هذه المفاهيم الخاطئة وذلك عندما استطاع التلاميذ التعامل مع مثل هذه الأسئلة بصورة صحيحة في الاختبار البَعْديّ، والسبب في ذلك هو إدراك مفهوم الزاوية كعنصر رياضي دينامي، والتعبير عن قيمة الزاوية كدوران للشعاع. كما أن استخدام التكنولوجيا، بالذات برنامج جيوجبرا، ساعد بالتغلّب على مشكلة المفاهيم الخاطئة، وهذا ما تشير إليه العديد من الدراسات التي تؤكد أن التكنولوجيا توفّر طرقاً لعرض الزاوية بشكل ديناميكيّ، وتمكّن التلميذ من ملاحظة تأثير دوران الشعاع على قيمة الزاوية بنفسه (Battista, 2002; Chazan, 1988; Choi-Koh, 1999; Dixon, 1997; Kakihana and Shimizu, 1994; Yusuf, 1991). ظهر هذا المفهوم الديناميّ في بحثنا عند تحريك التلاميذ للمركّبات المختلفة الزاوية، كتحريك الشعاع باتّجاه الشعاع الآخر أو بعيداً عنه، وتحريك رأس الزاوية باتّجاه المساحة المحصورة بين ساقي الزاوية أو بعيداً عنها.

التوصيات:

لكي يتمّ الحصول على النتائج الإيجابية التي حصلنا عليها في البحث الحالي، والتي تتمحور في تنويع وتوسيع إدراكات التلاميذ للمفاهيم الرياضيّة، ولمفهوم الزاوية بشكل خاص، على المعلّم استخدام الأسلوب التالي في عمله أثناء تطبيق الوحدة التدريسيّة/ الفعاليّات داخل الصف:

- عند التطرق للجانب الحياتيّ ينبغي عليه أن يعرض أمثلة عديدة ومتنّوعة، والتي تساعد على تطوير الإدراك الحياتيّ لمفهوم الزاوية وبشكل عميق. وأن يعطي فرصة للتلاميذ لتحديد زوايا بأنفسهم، وأن يشجّعهم على مناقشة آرائهم في الزوايا المختلفة في الشكل.
- عند التطرق للجانب الكلاميّ ينبغي على المعلّم أنْ يعطي فرصة للتلميذ أنْ يبني، يخبر، يكتب، ويناقش زملاءه في مراحل بناء الزاوية من خلال برنامج جيوجبرا والتعريف الكلاميّ الذي يراه مناسباً.

- عند التطرق للجانب الرسوميّ ينبغي على المعلّم إعطاء فرصة للتلاميذ لاكتشاف أنواع الزوايا بأنفسهم من خلال رسم الزوايا التي يعرفونها من التجارب التعليميّة السابقة، وأن يشجّعهم على النقاش لكي يستفيد التلاميذ من خبرات بعضهم البعض، كما وأنْ يقوم التلميذ بتحديد مقدار الزاوية وتحريك الشعاع للحصول على أنواع مختلفة من الزوايا.
- عند التطرق للجانب الحسابيّ على المعلّم أنْ يستخدم أبلتات والتي بُنِيت في جيوجبرا لأنها تساعد كثيراً عل فهم الإدراك الحسابيّ للزاوية، حيث أنّ التلميذ يحّرك ويكتشف بنفسه، كذلك عليه ربط هذا الإدراك بالحياة اليوميّة، كالمثال التي تمّ عرضه في الاختبارات وهو الشخص الذي ينظر إلى أعلى بناية ويتحرك بعيداً عنها أو نحوها، هذا المثال ساعد التلاميذ كثيراً على فهم تأثير تحريك رأس الزاوية على قيمتها.
- عند التطرق للجانب الدينامي ينبغي استخدام برنامج جيوجبرا لأنّ برنامج جيوجبرا يساعد على عرض الأفكار والمفاهيم بصورة ديناميكيّة وبصريّة، والتي من شأنها أنْ تساهم بشكل كبير في تعلم التلاميذ للرياضيّات. كما ويُعَد برنامج جيوجبرا أداة مساعدة للتلاميذ ليستكشفوا العلاقات الرياضيّة، فما على المعلّم إلا أنْ يعطي التلاميذ فرصة للاكتشاف. على المعلّم أيضا أن يطور قدرة التلاميذ في التعبير عن الزاوية كدوران من خلال الفعاليّات المختلفة وهو أمر أساسي لفهم مفهوم الزاوية بشكل عميق، وهكذا يتجنب وقوع التلاميذ في مفاهيم خاطئة.
- على المعلّم أن يتّخذ دور الميسّر، فوفقاً للنظريّة البنائيّة دور المعلّم هو أن يكون ميسّراً وليس مسيّراً. فعادة ما يذكر المعلّم الكثير من المفاهيم الرياضيّة، ويقوم بشرحها، وتقديم الحلول لمسائل مختلفة، بينما وظيفة الميسّر هي مساعدة المتعلّمين على فهم المفاهيم الرياضيّة، وحلّ المسائل بأنفسهم. بكلّمات أُخرى يمكننا القول أنّ المعلّم المسيّر يخبر، يحاضر، يعطي إجابات، ويتكلّم لوحده، بينما الميسّر يسأل، يدعم، يمنح إرشادات، ويتكلّم مع المتعلّم.
- أن يجعل المعلّم من التلميذ محور العمليّة التعليميّة من خلال تفعيل دوره، فالتلميذ يكتشف ويبحث وينفّذ الأنشطة. على المعلم إعطاء الفرصة للمتعلّم بتمثيل دور العلماء

عند بناء مفاهيم جديدة. هذا ينمّي لدى التلميذ الاتّجاه الإيجابيّ نحو العلم والعلماء، ويوفّر له الفرصة لممارسة عمليّات علمية أساسيّة.

- أن يستخدم أسلوب التعلّم التعاونيّ المحوسب باستخدام جيوجبرا لبناء فعاليّات متنّوعة في مواضيع هندسيّة أخرى، ومن المؤكّد أنّ ذلك سيعود بفائدة كبيرة على مجرى العمليّة التعليميّة، وعلى تطوّر معرفة التلاميذ بالشكل الصحيح.
- أن يفتح المعلم المجال أمام التلاميذ للنقاش والتعاون على حل المهام، وأن يشجّعهم على ذلك، لما في ذلك من فائدة كبيرة تعود على التلاميذ أنفسهم وعلى العمليّة التعليميّة.

محدوديات البحث:

البحث الحالي فحص تأثير مميّزات التدخّل (تعلّم تعاونيّ محوسب باستخدام جيوجبرا) على تنويع وتطوّر الإدراكات والصور الذهنيّة لمفهوم الزاوية من عدّة جوانب، وقد أظهرت نتائج بحثنا نجاح استخدام التعلّم التعاونيّ المحوسب باستخدام جيوجبرا في توسيع وتنويع إدراكات التلاميذ لمفهوم الزاوية. لكن للتأكد من أن تدخّلنا هو السبب الرئيسي للنجاح علينا أن نقارن بين الأسلوب الذي استخدمناه في بحثنا والأسلوب التقليديّ من حيث التأثير على تطوير وتنويع الإدراكات، ولذا نحن بحاجة إلى تفعيل التلاميذ في أسلوب البحث الحالي مقابل مجموعة ضابطة، والمقارنة بين النتائج.

اقتراحات لأبحاث مستقبليّة:

نقترح إجراء أبحاث أخرى تبحث مفاهيم هندسيّة أخرى (الدوالّ، الأشكال الهندسيّة)، ومع فئات تلاميذ متنّوعة: ضعيفة، إنجاز، وممتازين، وحتّى صفوف من مراحل تعليميّة مختلفة: ابتدائي، إعدادي، وثانويّ.

ببليوغرافيا:

عنبوسي، أ. ضاهر، و. وبياعة، ن. (2012). جيوجبرا في صف الرياضيات. **جامعة**، 16: 3- 54.

http://www.qsm.ac.il/mrakez/asdarat/jamiea/16/ara=1=ahlam+wajeh+nemr.pdf

منهاج الرياضيات للصف السابع:

http://cms.education.gov.il/EducationCMS/Units/Mazkirut_Pedagogit/Matematika/ChativatBeinayim/

Alkan, H . & Altun, M. (1998). Mathematics teaching. *Anadolu -Niversitesi Açik Ğretim Fakültesi Yayinlari, Eskişehir*.

Baki, A. & Kartal, T. (2004). The Characterization of algebra knowledge among high school students in the context of conceptual knowledge and procedural knowledge.

Battista, M. T. (2002). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics*, 333-339.

Bell, A. (2005). Introduce diagnostic teaching. Alan Bell and the Toolkit Team. A Strategy in the Toolkit for Change Agents. MARS, Michigan State University.

Bell, A., & Swan, M. (2006). Mathematics assessment resource service (mars project). Collaborative project with Michigan State University, Funded by the National Science Foundation. Washington, DC.

Berente, N ., Hansen, s ., Pike,j . & Bateman, p . (2011). Arguing the value of virtual worlds: Patterns of discursive sense making of an innovative technology1. 35 (3), 685-709.

Biber, C., Tuna, A. & Korkmaz, S. (2013). The Mistakes and the misconceptions of the eighth grade students on the subject of angles. *European Journal of Science and Mathematics Education* 1(2).

Chazan, D. (1988). Similarity: Exploring the understanding of a geometric concept. (Technical Report No. 88-15). Educational Technology Center, Cambridge, MA.

Choi-Koh, S.S. (1999). A Student's learning of geometry using computer. *Journal of Educational Research*.92. 301-311.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.420-466.

Cole. M., & Griffin, P. (1980). Cultural amplifiers reconsidered. In D. R. Olson (Ed.). The social foundations of language and thought: Essays in honor of Jerome S. Bruner .343-364.

Daher, W. (2009). Preservice teachers perceptions of applets for solving mathematical problems: need, difficulties and functions. *Educational Technology & Society*,12(4),383-395.

Dixon, J.K. (1997). Computer use and visualization in students' construction of reflection and rotation concepts. *School Science and Mathematics*.97, 352-358.

Donovan, M.S., & Bransford, J.D. (Eds.). (2005). How students learn: history, mathematics, and science in the classroom. board on behavioral, *Cognitive, and Sensory Sciences and Education*. Washington, DC: National Academy Press.

Embretson , S. & Daniel, R. (2008) Understanding and quantifying cognitive complexity level in mathematical problem solving items. *Psychology Science Quarterly*, 50 (3), 328-344.

Gilbert, J.K., Osborne, R.J., Fensham, P.J., Children″s Science and Its Consequences for Teaching. *Science Education*. 66 (4), 623-633.

Goos, M., Galbraith, P., Renshaw, P., & Geiger, V. (2003). Perspectives on technology mediated learning in secondary school mathematics classrooms. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 73–89.

Herbst, P . Gonzalez, G & Macke, M. (2005). How can geometry students understand what it means to define in mathematics?. *The Mathematics Educator*.15(2),17-24.

Kakihana, K. & Shimizu, K. (1994). The roles of measurement in proof problems analysis of students' activities in geometric computer environment. in proceeding of the 18th conference of the international group for the psychology of mathematics education. 3, 81-88.

Kyeong, S . (2010). Motivating studenta in learning mathematics with geogebra. *Seoul National University*.8(2), 65-76.

Lambertus, A. J. (2007). Students understanding of function concept: concept image and concept definitions. *North Carolina State Univirsity* (Unpublished Master Theses). From: http://illuminations.nctm.org/donloads/IsoPaperV4.pdf

Lo, J.-J., Gaddis, K. & Henderson, D. (1996). Building upon student experience in a college geometry course for the learning of mathematics 16(1), 34–40.

Mitchelmore, M. & White, P. (2000) Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 209–238.

Mayberry, J. W. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*. 14, 58 – 69.

Mitchelmore, M. C. (1997). Children's informal knowledge of physical angle situations. *Cognition and Instruction*, 7 (1), 1-19.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics.reston, Va.: NCTM.

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, Va. NCTM.

Prescott, A., Mitchelmore, M., & White, P. (2002). Students' difficulties in abstracting angle concepts from physical activities with concrete material.

Reis, Z. A. & Karadag, Z. (2008). A proposal for developing online collaborative environment for learning mathematics. *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications*, 5123-5128.

Swan, M. (2005). Improving learning in mathematics: Challenges and strategies (standards unit). Department for Education and Skills Standards Unit. University of Nottingham.

Swan, M. (2006). Collaborative learning in mathematics: a challenge to our beliefsand practices. London: National Institute for Advanced and Continuing17515Education (NIACE); National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy (NRDC).

Strehl, R.: 1983, 'Anschauliche Vorstellung und mathematische Theorie beim Winkelbegriff' [Visualisation and mathemastical theory of the angle concept*].Mathematica Didactica* 6, 129–146.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*. 12, 151-169.

Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: functions, limits, infinity. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* , 495-514. New York: Macmillan Publishing Company.

Tall, D. & Bakar, M. (1991). Students' mental prototypes for function and graphs. *Proceedings 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, 1, 104-111.

Thirumurthy, V. (2003). Children's cognition of geometry and spatial reasoning: A Cultural Process. Unpublished PhD Dissertation, State University Of New York At Buffalo, USA.

Van Hiele, P. M. (1986). Structure and Insight. New York: Academic Press.

V & Geldof, D. (1984). The Didactics of Geometry in the Lowest Class of Secondary School. In David Fuys, Dorothy Geddes, and Rosamond Tischler (Eds.,), English Translation of Selected Writings of Dina van .

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of Mathematics. In D.Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking, 65-81.

Vinner, S. & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 356-366.

Yusuf, M. M. (1991). Logo based interaction. Paper presented at the annual meeting of the *Mid-Western Educational Research Association. Chicago,IL.*

http://www.didax.com/articles/constructivism-and-guided-discovery.cfm

The Effect of Collaborative Computerized Learning using GeoGebra on the Development of the Mental Images of the Angle Concept among Seventh Graders

Samah Mahajneh & Nimer Bayya'h

Abstract

This research aims to investigate the effect of collaborative computerized learning using GeoGebra on the development of the mental images of the angle concept among seventh graders. We designed a new methodology and implemented it in computerized collaborative activities that encourage the development of five kinds of angle cognitions: real life cognition, graphical, arithmetic, verbal, and dynamic. This research is a qualitative research that investigates how the collaborative computerized environment based on GeoGebra provided in the experiment affects qualitatively the cognition of the students and the development of their mental images of the angle concept.

The research sample consisted of 8 female students in the seventh grade divided into 4 groups. The researchers administered two tests, one pre/before the experiment and one post/after teaching the activities. These tests were designed to check the mental images that the student has in the five kinds of cognitions of the angle concept. Also several interviews were held with the four groups in the experiment in order to hear from the students about the advancement in their cognitions and mental images of the angle concept.

We used the Constant Comparison Method to analyze the data of the pre and post tests. The results of the analysis pointed at positive effect of the use of GeoGebra and the collaborative learning on the development of mental images. Before the experiment, the mental images were of low diversity, more varied while after the experiment. The reason has presumably to do with the characteristics of the activities which encourage the development of the angle cognition in depth in the five kinds of cognitions using the computerized collaborative learning method.

Based on the results of the research, one can say that the development of the angle concept among students depends on the diversity and development of the five cognitions of this concept among them. Furthermore, the development of each type of cognition is related to the diversity and development of mental images among these students who use to express this kind of cognition. These developments and variety occurred in our research, for our emphasis when using GeoGebra on its visual, interactive, and dynamic characteristics and on presenting the mathematical concepts in multiple representations. In addition, carrying out the activities in a collaborative way, that encourages discussion and exchange of opinions between the students, would positively affect the construction of appropriate mental images that lead to the expansion of their various cognitions of the angle concept.

This research also includes recommendations for the teacher that can help in implementing the collaborative learning using GeoGebra in successful and effective way. For example, the teacher should concentrate on determining the characteristics of the collaboration, setting instructions for that at the beginning of each activity which encourages the students to collaborate. They should also give the students a chance to work by themselves and discover concepts and construct them independently and collaboratively. This of course would require the preparation of computerized collaborative investigation and discovery activities in a clear, understandable and accurate way.