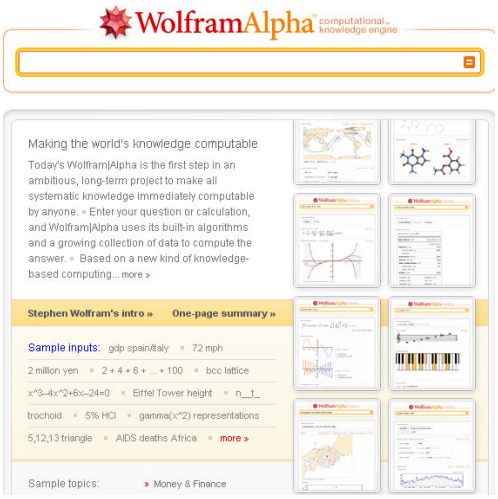
استخدام ولفرام ألفا لإيجاد الحد العام للمتواليات

حسام حاج يحيى، مؤنس طيبي

تلخيص:

يتطرق هذا المقال إلى دمج محرّك المعرفة الحسابيّة ولفرام ألفا (Wolfram Alpha) في دراسة وتعلم موضوع الرياضيات وبالتحديد المتواليات من الفئات الثلاثة التالية: (1) متواليات حسابية وهندسية، (2) متواليات البواقي، (3) متوالية فيبوناشي. في البداية سيتم التعريف بمحرك ولفرام ألفا ومن ثم سيتم عرض أمثلة لحساب متواليات من الفئات الثلاثة التي ذكرت باستخدام هذا المحرك.



يتطرق هذا المقال إلى دمج محرّك المعرفة الحسابيّة ولفرام ألفا (Wolfram Alpha) في دراسة وتعليم موضوع الرياضيات وبالتحديد المتواليات من الفئات الثلاثة التالية: (1) متواليات حسابية وهندسية، (2) متواليات البواقي، (3) متوالية فيبوناشي. في البداية سيتم التعريف بمحرك ولفرام ألفا ومن ثم ستعرض أمثلة لحساب متواليات من الفئات الثلاثة التي ذكرت باستخدام هذا المحرك.

مقدّمة

ظهر في منتصف السنة الماضية محرك جديد على شبكة الإنترنت يدعى ولفرام ألفا (Wolfram Alpha) على اسم مَنْ يقف مِنْ وراء تطويره ستيفان ولفرام. ستيفان ولفرام، المتخصص في مجال الرياضيات، هو أيضا الذي يقف من وراء البرمجيّة التي تُدعَى Mathematica. هذه البرمجيّة تؤدّي حسابات علميّة وهندسيّة معقّدة جدًّا وتعرض نتائج هذه الحسابات بشكل سريع للغاية دون الحاجة إلى استخدام ملقمات

(Server) غاليات الثمن. لهذا السبب تستخدم هذه البرمجيّة في الكثير من المؤسّسات في أرجاء العالم ضمن مجالات علميّة عديدة، منها الطب والصناعة والرياضيّات والهندسة؛ وهي موجودة في غالبيّة الجامعات والكلّيّات في العالم (Holthausen, 2009).

كُتب عن هذا المحرك أنّه سينافس بشكل جدّيّ بقيّة محرّكات البحث الموجودة على الإنترنت، مثل Google أو Bing، بالرغم من أنه لا يعتبر محرك بحث عادي ويختلف في طريقة عمله عن باقي محركات البحث، مما يستدعي أن نسلط بعض الضوء على طريقة عمله لكي نفهم كيف ينبغي علينا استخدامه.

مبدأ طريقة عمل المحرك ولفرام ألفا

يختلف المحرك ولفرام ألفا في أساس عمله عن بقيّة محرّكات البحث الموجودة في الإنترنت. ففي محرّكات البحث العاديّة يدخل المستخدم استعلامه في مربّع البحث وكنتيجة يعيد محرّكُ البحث قائمةَ المواقع التي تحتوي على معلومات تتجاوب أو تتّصل بموضوع البحث، أي الاستعلام الذي تمّ إدراجه.

بعد ذلك يتوجّب على المستخدم أن يخوض عمليّة تفحُّص وتحليل وتصفية لهذه المواقع من أجل الحصول على المعلومة التي يبحث عنها. من الواضح أنّ عدد المواقع التي تعرض كنتيجة من قبل محرّك البحث أخذ بالتصاعد؛ وهو يصل في العديد من الحالات إلى مئات الآلاف، بل إلى بعض الملايين.

نتيجة لذلك نرى أنّه لا يمكن لأحد أن يتعامل مع هذا الكمّ الكبير من المواقع. وما يحصل في حقيقة الأمر هو أنّ غالبيّة المستخدمين يبحثون بشكل جدّيّ في أول 10 مواقع حتّى 30 موقعًا، من ثمّ تجدهم يحاولون أساليب أو مواقع أخرى للبحث في حال لم يحصلوا على المعلومة المرجوّة (طيبي، 1999).

أمّا عندما يدخل المستخدمُ استعلامَه في محرّك ولفرام ألفا، فيحاول المحرّك أن يعطي الإجابة المباشرة على هذا الاستعلام من خلال قيامه بتحليل وتطبيق حسابات على البيانات. بهذا يمكن أن يُنتج محرّك ولفرام ألفا معلومات للمستخدِم موجودة على الشبكة في ملقمات مختلفة من خلال جمعها وتركيبها من جديد (Holthausen, 2009; Spivack, 2009). من هنا نرى بأن هذه المعلومات قد لا تكون مخزنة ككتلة واحدة في محركات البحث أو ملقمات أخرى وإنما ينبغي العمل على تجميعها من أماكن عدة وتجهيزها لكي تتناسب مع الاستعلام المطروح. هذه الطريقة من العمل تختلف عن طريقة عمل محركات

البحث العادية وتهدف بالأساس إلى استغلال القدرات الحسابية التي يتمتع بها المحرك من أجل عرض أجوبة متخصصة على الاستعلامات وبسرعة فائقة.

يستخدم محرّك ولفرام ألفا خوارزميّات كثيرة من مجال الذكاء الاصطناعيّ؛ وهو يعمل بالأساس على مسح مجمّعات معلومات منظّمة، من ثمّ تحليلها من أجل التمكّن من إعطاء أجوبة على أسئلة ممكنة (طيبي، 2009). في خلفيّة هذا المحرّك تعمل البرمجيّة Mathematica.

نجد أنّ المحرّك ولفرام ألفا لديه قدرات عالية جدًّا مقارنةً مع سائر المحرّكات الموجودة في الشبكة، حيث يمكنه من أن يعطي أجوبة على أسئلة في مجال الرياضيات والإحصاء بصورة مباشرة ودعمها بالرسومات البيانيّة المتطوّرة (Singel, 1999). كذلك لدى محرّك ولفرام ألفا القدرة على أن يتعامل بشكل جزئيّ حاليًّا مع أسئلة مكتوبة بصيغة قريبة من اللغة الطبيعيّة، مثل "متى أو أين ولد فلان ؟" أو "ما المسافة بين مدينة وأخرى ؟" (طيبي، 2009). من هنا، فإنّ طريقة عمل المحرّك ولفرام ألفا تختلف عن طريقة عمل بقيّة المحرّكات التي نعرفها. لذا لا يُدعَى محرّكَ بحث كما أشرنا، إنّما محرّك الإجابات أو محرّك المعرفة الحسابيّة (Computational Knowledge Engine).

إيجاد الحد العام للمتواليات

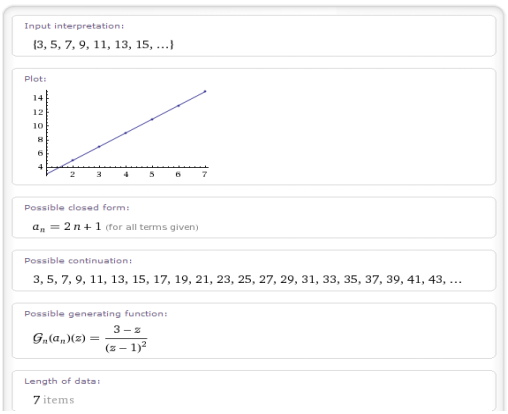
فيما يلي نسعى، من خلال الأمثلة، لإيجاد الحد العام لمتواليات حسابية وهندسية، لمتواليات البواقي ومن ثم لمتوالية فيبوناشي.

1. إيجاد الحد العام لمتواليات حسابية وهندسية

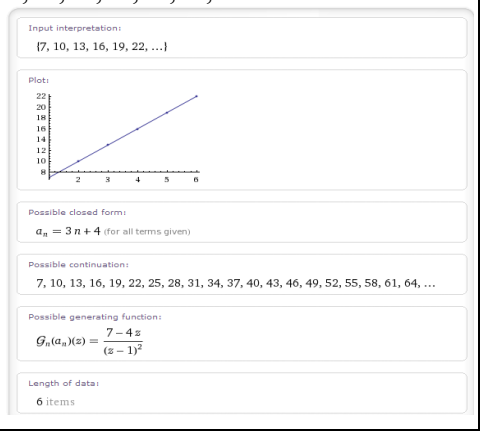
في موقع ولفرام ألفا يمكن إيجاد حدود المتواليات الحسابية التي فيها الفرق بين الحد والحد الذي يسبقه ثابت أي $d = a_{n+1} - a_n$ لكل n عدد طبيعي. يستطيع التلاميذ إدخال أمثلة لهذه المتواليات وإيجاد الحد العام من خلال محرك ولفرام ألفا مما يساعد التلاميذ على فهم هذا النوع من المتواليات. فيما يلي نعرض بعض الأمثلة لهذا النوع من المتواليات مع مقاطع صور من النتائج التي يعرضها الموقع.

مثال:

3,5,7,9,11,13,15,…



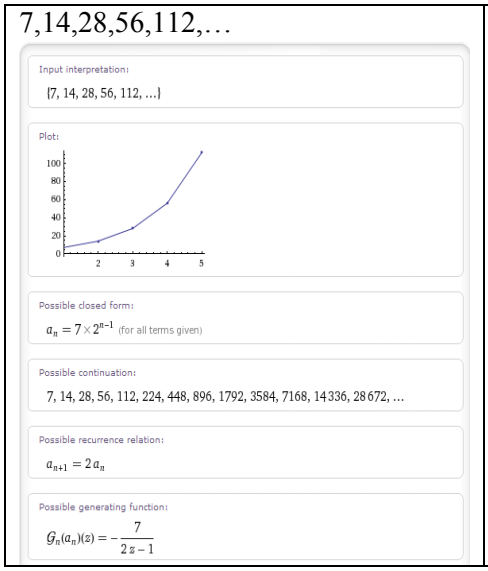
7,10,13,16,19,22,…



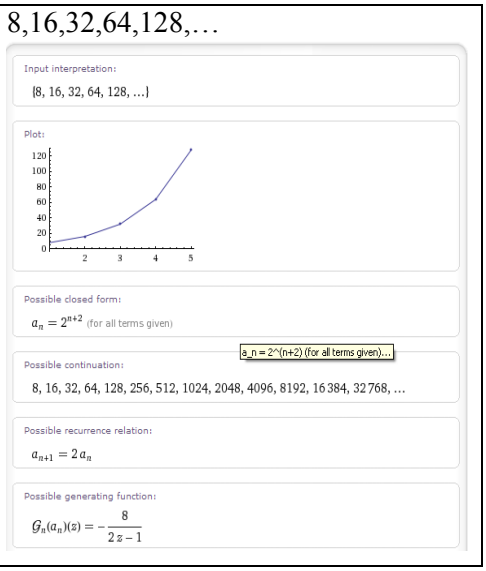
أما بالنسبة للمتواليات الهندسية فيمكن إعطاء المحرك متواليات مثل: 7,14,28,56,112,… أو 8,16,32,64,128,… والتي فيها النسبة بين كل حد والذي يسبقه ثابت أي $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ لكل n عدد طبيعي. يمكن دراسة هذه المتواليات بواسطة المحرك وكذلك يمكن إيجاد الحد العام لفهم مبنى المتوالية.

مثال:

7,14,28,56,112,…

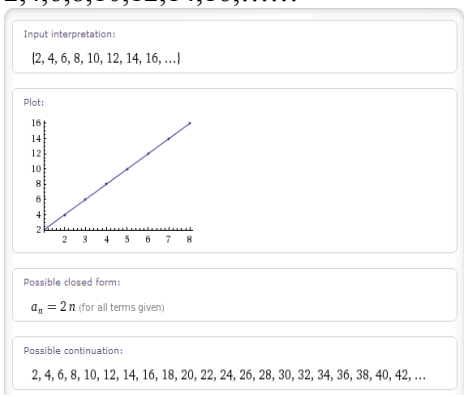


8,16,32,64,128,…

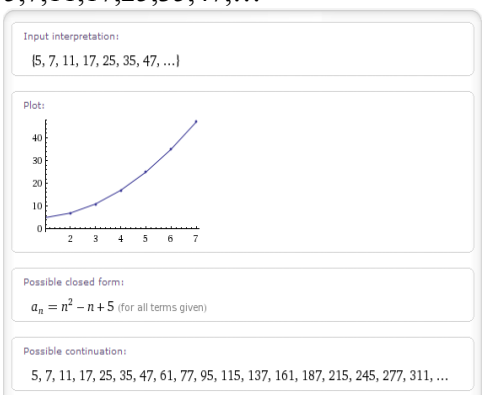


بالإضافة إلى ذلك يمكن تعميم المتواليات لإيجاد حدود عامة لمتواليات فيها الفرق بين الحدود هو بدوره متوالية حسابية أو هندسية. على سبيل المثال يمكن إدخال المتواليات الآتية للمحرك وإيجاد الحد العام:

2,4,6,8,10,12,14,16,……

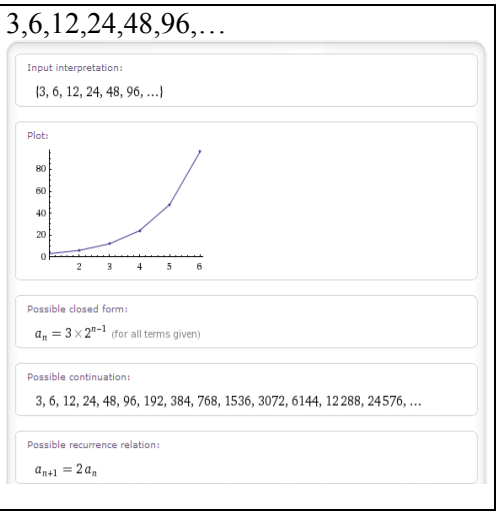


5,7,11,17,25,35,47,…

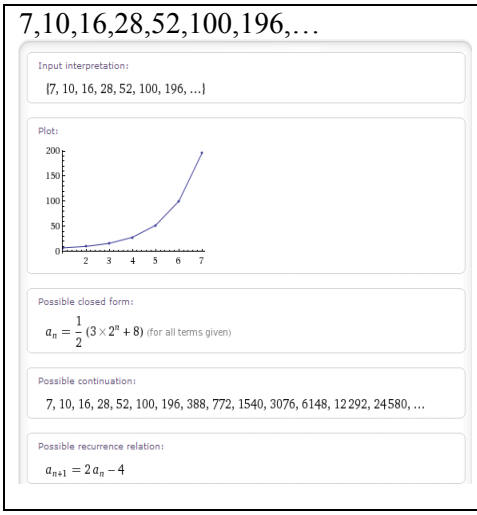


مثال آخر:

3,6,12,24,48,96,…



7,10,16,28,52,100,196,…



2. إيجاد الحد العام لمتواليات البواقي

أما الفئة الثانية فهي متواليات البواقي والتي ترتكز على مفهوم الباقي، بحيث أن $b \equiv a \bmod c$ تعني أن الباقي عند قسمة a على c هو b، وهذا يعني أن $a = k.c + b$ لعدد طبيعي k. على سبيل المثال:

$4 \equiv 11 \bmod 7$ و $5 \equiv 19 \bmod 7$ وبذلك يمكننا استخدام محرك البحث ولفرام لإيجاد الحد العام للمتوالية بواقي العدد 7 التالية: 0,3,1,1,3,0,6,... أو في مثال آخر 1,2,3,4,5,6,0,...

لاحظ أن الحد العام الذي وجده المحرك في المثال الأول يساوي $a_n=(n^2 + 6) \bmod 7$، أي أن متوالية الحدود هي 7,10,15,22,... ومتوالية بواقي الـ 7 الملائمة لها هي المتوالية المطلوبة: 0,3,1,1,3,0,6,...

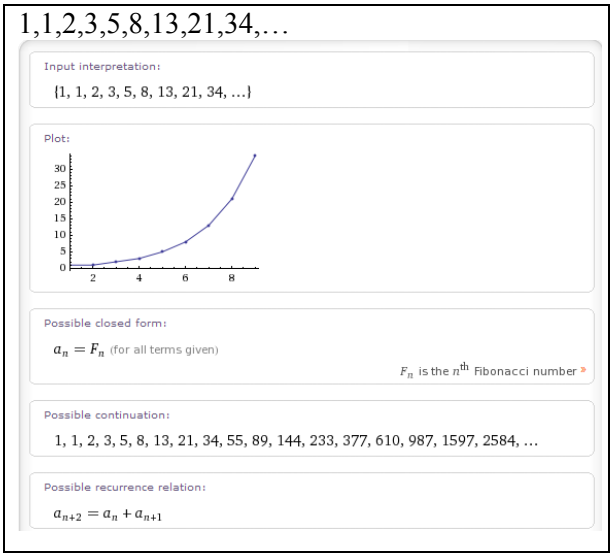
يمكن تطبيق هذا النوع من التمارين عند تدريس قواسم الأعداد، وإعطاء هذه المتواليات لإيجاد الحد العام باستعمال هذا المحرك مما يساعد التلميذ على فهم هذا الموضوع.

3. إيجاد الحد العام لمتوالية فيبوناشي

الفئة الثالثة تتناول متوالية فيبوناشي والتي فيها الحد يساوي مجموع الحدين المجاورين المتتاليين السابقين أي $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, $a_1 = a_2 = 1$ ل $n \geq 2$.

مثال:

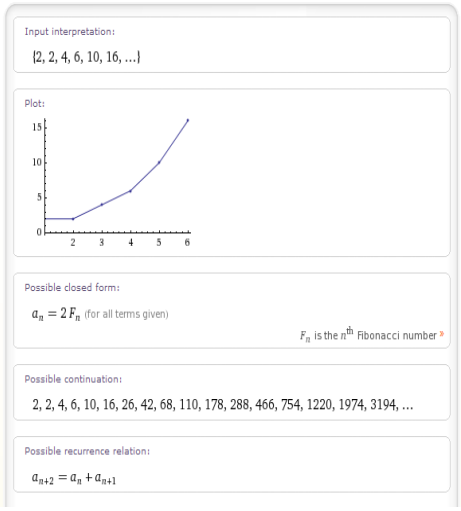
1,1,2,3,5,8,13,21,34,…



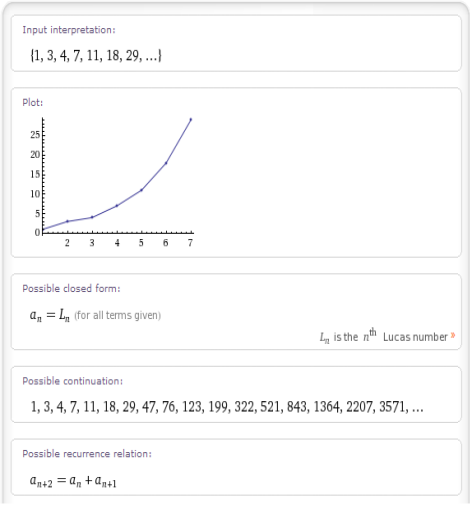
في حال كانت المتواليات المدرجة للمحرك لديها الحديين الأوليين مختلفين أو متساويين وفيها كل حد يساوي مجموع الحدين المجاورين المتتاليين السابقين نرى بأن المحرك يكتشف الحد العام لهذه المتواليات.

مثال:

2,2,4,6,10,16,...



1,3,4,7,11,18,29,...



يقدم ولفرام ألفا خدمة الحصول على الحد العام للمتواليات ويساعد بذلك التلاميذ على فهم أنواع متعددة ومتنوعة من المتواليات وإيجاد الحد العام لها ووصف مبناها، مما يمكن التلاميذ من فهم موضوع المتواليات ويساعدهم في تطوير التفكير الرياضي لديهم.

خلاصة:

يتضح مما ذكر أعلاه أنه بالإمكان دمج موقع ولفرام ألفا في فهم وتدريس موضوع المتواليات في مجال الرياضيات، بل وفي العديد من المواضيع المختلفة الأخرى. المتواليات هي إحدى المواضيع المهمة في الرياضيات، وهي تستخدم وتساعد أيضا في جميع المجالات ومنها على سبيل المثال في علم الأحياء لإيجاد مجموع الفيروسات، وفي علم الكيمياء لإيجاد مجموع الإلكترونات. كذلك يمكن استخدام المتواليات في مجالات أخرى متعددة.

ولفرام ألفا لديه العديد من المزايا المهمة التي تساعده على أن يكون أداة مهمة لدمجه في التعليم ومن أهمها:

- سرعة المحرك في تطبيق الحسابات وإعطاء النتائج الدقيقة.
- قدرته على التعامل مع استعلامات في مواضيع ومجالات علمية عديدة ومتنوعة.
- قدرته على عرض النتائج بأشكال مختلفة منها النصية والصورية وكذلك الرسوم البيانية.

جميع هذه المزايا وأخرى يمكن اكتشافها عند العمل مع ولفرام ألفا تعتبر محفز لدمجه في العملية التعليمية من قبل معلمي موضوع الرياضيات في المدارس والكليات وأيضا محفز للتلاميذ لكي يقوموا باستخدامه من أجل فهم المادة أفضل واكتشاف المزيد من المعلومات.

ببليوغرافيا :

طيبي، مؤنس: "ولفرام ألفا: محرك بحث أم ماذا؟"، **إضاءات** [أحفا]، 2 (2009/1430)، 225–236.

طيبي، مؤنس: "البحث في جريان المعلومات"، الرسالة [بيت بيرل] 8 (1999/1420)، 369–379.

Holthausen, K. (2009).Wolfram Alpha.
http://www.blogpiloten.de/2009/03/11/wolfram-alpha-matrix-reloaded/.

Spivack, N. (2009). Wolfram Alpha is Coming - and It Could be as Important as Google (But It's Completely Different).
http://www.twine.com/item/122mz8lz9-4c/wolfram-alpha-is-coming-and-it-could-be-as-important-as-google

Singel, R. (2009). "Wolfram/Alpha Fails the Cool Test".
http://www.wired.com/epicenter/2009/05/wolframalpha-fails-the-cool-test/.

הווארד א. (1998). **חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי**, כרך ראשון ושני, האונברסיטה הפתוחה.
מיטב א. (2009). **מספרים מכושפים**, הוצאת שורש.

תקציר:

מאמר זה מתייחס לשילובו של מנוע החיפוש Wolfram Alpha בהוראת המתמטיקה ובמיוחד בהוראת הסדרות משלושת הקטגוריות הבאות: (1) סדרה חשבונית והנדסית, (2) סדרת השאיריות, (3) סדרת פיבונאצי. בתחילת המאמר יוצג מנוע החיפוש Wolfram Alpha ותודגש הדרך בה הוא עובד לצורך חישוב השאילתות והצגת תוצאות החיפוש. לאחר מכן נציג דוגמאות מהסדרות שהוזכירו כולל מסכי הדגמה מאתר המנוע.